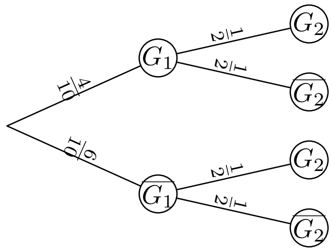
Correction 1

Partie A

1. c. Il semble que la moyenne algébrique des gains soit de 35.
2. b. Il semblerait que la valeur 110 pour a semble rendre le jeu équitable.

Partie B

1. On a l'arbre à probabilité suivant :



Déterminons d'abord la loi de cette variable aléatoire :

- $\mathcal{P}(\mathcal{X}{=}0) = \mathcal{P}(\overline{G_1}\cap\overline{G_2}) = \frac{6}{10}\times\frac{1}{2} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$
- $\mathcal{P}(\mathcal{X}{=}a) = \mathcal{P}(\overline{G_1}\cap G_2) + \mathcal{P}(G_1\cap\overline{G_2})$
$$= \frac{6}{10}\times\frac{1}{2} + \frac{4}{10}\times\frac{1}{2} = \frac{6}{20} + \frac{4}{20} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$
- $\mathcal{P}(\mathcal{X}{=}2{\cdot}a) = \mathcal{P}(G_1\cap G_2) = \frac{4}{10}\times\frac{1}{2} = \frac{4}{20} = \frac{2}{10}$

Ainsi, l'espérance de la variable $\mathcal{X}$ a pour valeur :

$$E(\mathcal{X}) = 0\times\mathcal{P}(\mathcal{X}{=}0) + a\times\mathcal{P}(\mathcal{X}{=}a) + 2a\times\mathcal{P}(\mathcal{X}{=}2a)$$
$$= 0\times\frac{3}{10} + a\times\frac{1}{2} + 2a\times\frac{2}{10}$$
$$= \frac{5}{10}{\cdot}a + \frac{4}{10}{\cdot}a$$
$$= \frac{9}{10}{\cdot}a$$

2. La valeur de a pour laquelle le jeu est équitable vérifie :
$$E(\mathcal{X}) = 100$$
$$\frac{9}{10}{\cdot}a = 100$$
$$a = 100\times\frac{10}{9}$$
$$a \simeq 111{,}11$$

3. Pour $a = 150$, l'espérance théorique du jeu a pour valeur :
$$E(\mathcal{X}) = \frac{9}{10}\times 150 = 135$$
Le gain algébrique moyen est alors de 35.

C'est lorsque a a une valeur proche de 110 que le jeu devient équitable.

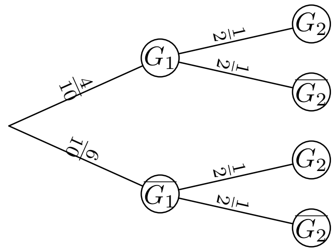
Correction 1

Partie A

1. c. Il semble que la moyenne algébrique des gains soit de 35.
2. b. Il semblerait que la valeur 110 pour a semble rendre le jeu équitable.

Partie B

1. On a l'arbre à probabilité suivant :



Déterminons d'abord la loi de cette variable aléatoire :

- $\mathcal{P}(\mathcal{X}{=}0) = \mathcal{P}(\overline{G_1}\cap\overline{G_2}) = \frac{6}{10}\times\frac{1}{2} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$
- $\mathcal{P}(\mathcal{X}{=}a) = \mathcal{P}(\overline{G_1}\cap G_2) + \mathcal{P}(G_1\cap\overline{G_2})$
$$= \frac{6}{10}\times\frac{1}{2} + \frac{4}{10}\times\frac{1}{2} = \frac{6}{20} + \frac{4}{20} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$
- $\mathcal{P}(\mathcal{X}{=}2{\cdot}a) = \mathcal{P}(G_1\cap G_2) = \frac{4}{10}\times\frac{1}{2} = \frac{4}{20} = \frac{2}{10}$

Ainsi, l'espérance de la variable $\mathcal{X}$ a pour valeur :

$$E(\mathcal{X}) = 0\times\mathcal{P}(\mathcal{X}{=}0) + a\times\mathcal{P}(\mathcal{X}{=}a) + 2a\times\mathcal{P}(\mathcal{X}{=}2a)$$
$$= 0\times\frac{3}{10} + a\times\frac{1}{2} + 2a\times\frac{2}{10}$$
$$= \frac{5}{10}{\cdot}a + \frac{4}{10}{\cdot}a$$
$$= \frac{9}{10}{\cdot}a$$

2. La valeur de a pour laquelle le jeu est équitable vérifie :
$$E(\mathcal{X}) = 100$$
$$\frac{9}{10}{\cdot}a = 100$$
$$a = 100\times\frac{10}{9}$$
$$a \simeq 111{,}11$$

3. Pour $a = 150$, l'espérance théorique du jeu a pour valeur :
$$E(\mathcal{X}) = \frac{9}{10}\times 150 = 135$$
Le gain algébrique moyen est alors de 35.

C'est lorsque a a une valeur proche de 110 que le jeu devient équitable.