## Exercice 1

On dispose de deux urnes $U$ et $V$ contenant des boules indiscernables au toucher. L'urne $U$ contient dix boules numérotées de 1 à 10. L'urne $V$ contient dix boules numérotées de 0 à 9. Un jeu se déroule de la manière suivante : le joueur verse une mise initiale de 100 jetons, puis il tire au hasard une boule dans l'urne $U$ et une boule dans l'urne $V$ de façon indépendante. Chaque boule portant un numéro inférieur ou égal à 4 rapporte $a$ jetons où $a$ est un naturel non nul, le tirage d'une autre boule ne rapporte ni ne fait perdre aucun jeton. On regarde à l'issue de ce jeu le gain algébrique *(gain ou perte)* compté en jetons.

**Partie A**

1. On simule 1 000 exécutions du jeu sur un tableur. On fixe dans un premier temps $a = 150$.
   a. Réaliser une feuille de calcul sur le modèle suivant :

| | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Rang du tirage | Numéro de la boule tirée dans l'urne $U$ | Numéro de la boule tirée dans l'urne $V$ | Gain algébrique |
| 2 | 1 | | | |
| 3 | 2 | | | |
| ⋮ | ⋮ | | | |
| 1001 | 1000 | | | |

   b. Déterminer la moyenne des gains obtenus lors de cette simulation.
   c. A l'aide d'autres simulations, conjecturer la valeur vers laquelle semble tendre la moyenne des gains obtenus.
2. On souhaite faire varier la valeur de $a$ :
   a. Adapter la feuille de calcul pour obtenir des simulations en fonction de $a$.
   b. Est-il possible de donner une valeur à $a$ qui paraisse rendre le jeu équitable ?

**Partie B**

3. Soit $\mathcal{X}$ la variable aléatoire donnant le gain algébrique à l'issue d'un tirage.
   a. Déterminer l'espérance de $\mathcal{X}$ en fonction de $a$.
   b. Est-il possible de trouver $a$ afin que le jeu soit équitable ?
   c. Comparer les résultats avec les conjectures obtenues dans la partie **A**.


## Exercice 1

On dispose de deux urnes $U$ et $V$ contenant des boules indiscernables au toucher. L'urne $U$ contient dix boules numérotées de 1 à 10. L'urne $V$ contient dix boules numérotées de 0 à 9. Un jeu se déroule de la manière suivante : le joueur verse une mise initiale de 100 jetons, puis il tire au hasard une boule dans l'urne $U$ et une boule dans l'urne $V$ de façon indépendante. Chaque boule portant un numéro inférieur ou égal à 4 rapporte $a$ jetons où $a$ est un naturel non nul, le tirage d'une autre boule ne rapporte ni ne fait perdre aucun jeton. On regarde à l'issue de ce jeu le gain algébrique *(gain ou perte)* compté en jetons.

**Partie A**

1. On simule 1 000 exécutions du jeu sur un tableur. On fixe dans un premier temps $a = 150$.
   a. Réaliser une feuille de calcul sur le modèle suivant :

| | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Rang du tirage | Numéro de la boule tirée dans l'urne $U$ | Numéro de la boule tirée dans l'urne $V$ | Gain algébrique |
| 2 | 1 | | | |
| 3 | 2 | | | |
| ⋮ | ⋮ | | | |
| 1001 | 1000 | | | |

   b. Déterminer la moyenne des gains obtenus lors de cette simulation.
   c. A l'aide d'autres simulations, conjecturer la valeur vers laquelle semble tendre la moyenne des gains obtenus.
2. On souhaite faire varier la valeur de $a$ :
   a. Adapter la feuille de calcul pour obtenir des simulations en fonction de $a$.
   b. Est-il possible de donner une valeur à $a$ qui paraisse rendre le jeu équitable ?

**Partie B**

3. Soit $\mathcal{X}$ la variable aléatoire donnant le gain algébrique à l'issue d'un tirage.
   a. Déterminer l'espérance de $\mathcal{X}$ en fonction de $a$.
   b. Est-il possible de trouver $a$ afin que le jeu soit équitable ?
   c. Comparer les résultats avec les conjectures obtenues dans la partie **A**.