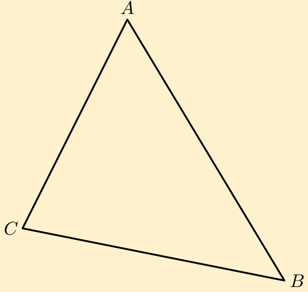
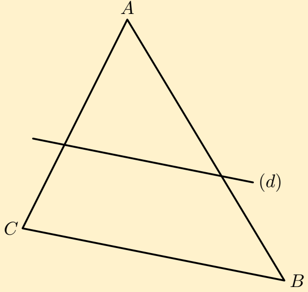
On considère un triangle ABC.



On considère un triangle ABC.

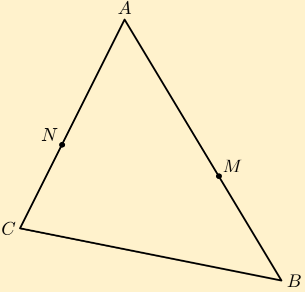
Une droite (d) parallèle à (BC).



On considère un triangle ABC.

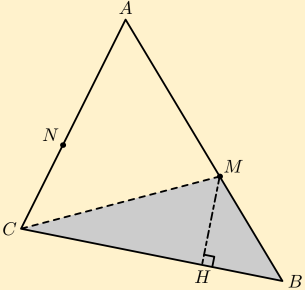
Une droite (d) parallèle à (BC).

(d) intercepte respectivement les segments $[AB]$ et $[AC]$ aux points M et N.



Dans le triangle BCM, notons H le pied de la hauteur issue de M.

$$\mathcal{A}_{BCM} = \frac{BC \times MH}{2}$$

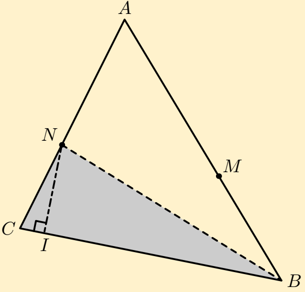


Dans le triangle BCM, notons H le pied de la hauteur issue de M.

$$\mathcal{A}_{BCM} = \frac{BC \times MH}{2}$$

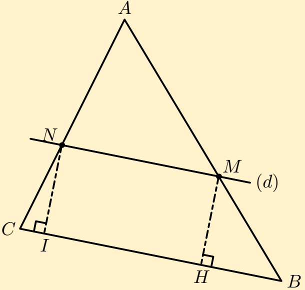
Dans le triangle BCN, notons I le pied de la hauteur issue de N.

$$\mathcal{A}_{BCN} = \frac{BC \times NI}{2}$$



Dans le triangle BCM, notons H le pied de la hauteur issue de M.

$$\mathcal{A}_{BCM} = \frac{BC \times MH}{2}$$



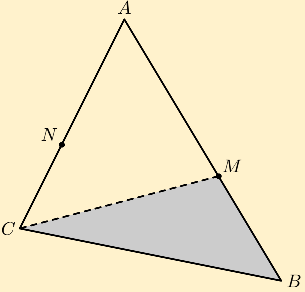
Dans le triangle BCN, notons I le pied de la hauteur issue de N.

$$\mathcal{A}_{BCN} = \frac{BC \times NI}{2}$$

Les deux hauteurs ont la même mesure.

Dans le triangle BCM, notons H le pied de la hauteur issue de M.

$$\mathcal{A}_{BCM} = \frac{BC \times MH}{2}$$



Dans le triangle BCN, notons I le pied de la hauteur issue de N.

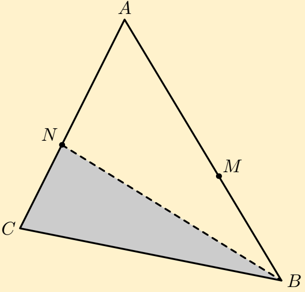
$$\mathcal{A}_{BCN} = \frac{BC \times NI}{2}$$

Les deux hauteurs ont la même mesure. On en déduit :

$$\mathcal{A}_{BCM} = \mathcal{A}_{BCN}$$

Dans le triangle BCM, notons H le pied de la hauteur issue de M.

$$\mathcal{A}_{BCM} = \frac{BC \times MH}{2}$$



Dans le triangle BCN, notons I le pied de la hauteur issue de N.

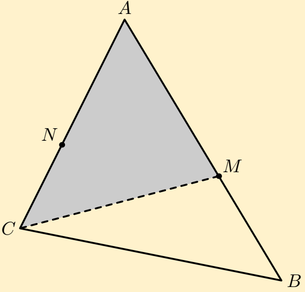
$$\mathcal{A}_{BCN} = \frac{BC \times NI}{2}$$

Les deux hauteurs ont la même mesure. On en déduit :

$$\mathcal{A}_{BCM} = \mathcal{A}_{BCN}$$

Dans le triangle BCM, notons H le pied de la hauteur issue de M.

$$\mathcal{A}_{BCM} = \frac{BC \times MH}{2}$$



Dans le triangle BCN, notons I le pied de la hauteur issue de N.

$$\mathcal{A}_{BCN} = \frac{BC \times NI}{2}$$

Les deux hauteurs ont la même mesure. On en déduit :

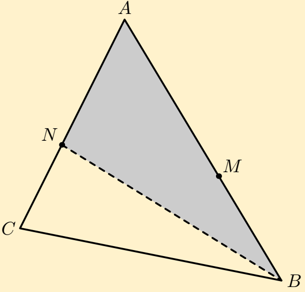
$$\mathcal{A}_{BCM} = \mathcal{A}_{BCN}$$

Par complémentarité de l'aire dans le triangle ABC, on en déduit l'égalité d'aires :

$$\mathcal{A}_{AMC} = \mathcal{A}_{ANB}$$

Dans le triangle BCM, notons H le pied de la hauteur issue de M.

$$\mathcal{A}_{BCM} = \frac{BC \times MH}{2}$$



Dans le triangle BCN, notons I le pied de la hauteur issue de N.

$$\mathcal{A}_{BCN} = \frac{BC \times NI}{2}$$

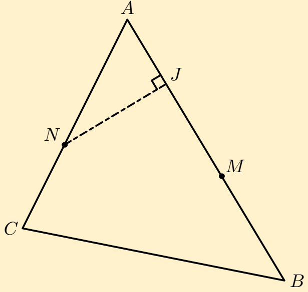
Les deux hauteurs ont la même mesure. On en déduit :

$$\mathcal{A}_{BCM} = \mathcal{A}_{BCN}$$

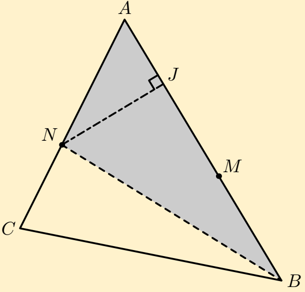
Par complémentarité de l'aire dans le triangle ABC, on en déduit l'égalité d'aires :

$$\mathcal{A}_{AMC} = \mathcal{A}_{ANB}$$

J est le point d'intersection de (AB) avec la perpendiculaire à la droite (AB) passant par le point N.



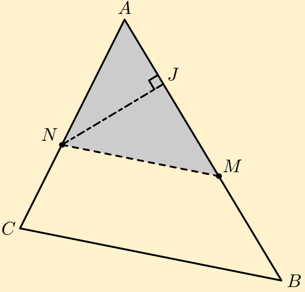
J est le point d'intersection de (AB) avec la perpendiculaire à la droite (AB) passant par le point N.



Dans le triangle ABN, $[NJ]$ est la hauteur issue du sommet N :

$$\mathcal{A}_{ABN} = \frac{NJ \times AB}{2}$$

J est le point d'intersection de (AB) avec la perpendiculaire à la droite (AB) passant par le point N.



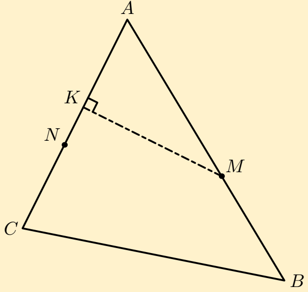
Dans le triangle ABN, $[NJ]$ est la hauteur issue du sommet N :

$$\mathcal{A}_{ABN} = \frac{NJ \times AB}{2}$$

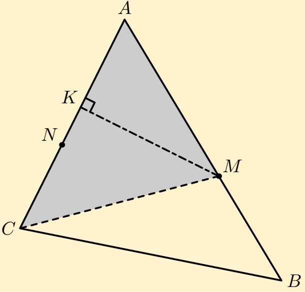
Dans le triangle ANM, $[NJ]$ est la hauteur issue du sommet N :

$$\mathcal{A}_{AMN} = \frac{NJ \times AM}{2}$$

K est le point d'intersection de (AC) avec la droite perpendiculaire à la droite (AC) passant par le point M.



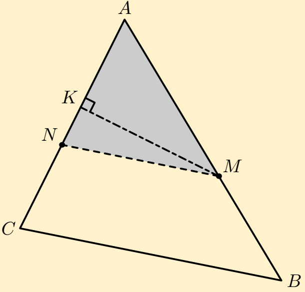
K est le point d'intersection de (AC) avec la droite perpendiculaire à la droite (AC) passant par le point M.



Dans le triangle ACM, $[MK]$ est la hauteur issue du sommet M :

$$\mathcal{A}_{ACM} = \frac{MK \times AC}{2}$$

K est le point d'intersection de (AC) avec la droite perpendiculaire à la droite (AC) passant par le point M.



Dans le triangle ACM, $[MK]$ est la hauteur issue du sommet M :

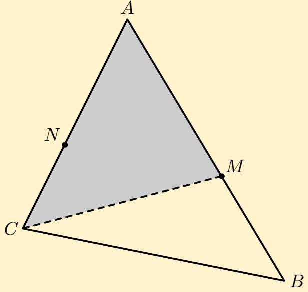
$$\mathcal{A}_{ACM} = \frac{MK \times AC}{2}$$

Dans le triangle ANM, $[MK]$ est la hauteur issue du sommet M :

$$\mathcal{A}_{AMN} = \frac{AN \times MK}{2}$$

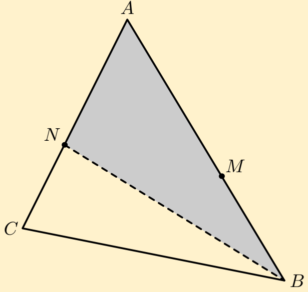
Rappelons l'égalité précédemment établie :

$$\mathcal{A}_{AMC} =$$



Rappelons l'égalité précédemment établie :

$$\mathcal{A}_{AMC} = \mathcal{A}_{ANB}$$

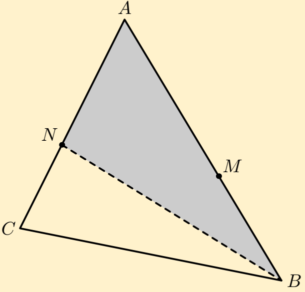


Rappelons l'égalité précédemment établie :

$$\mathcal{A}_{AMC} = \mathcal{A}_{ANB}$$

On en déduit l'égalité des quotients :

$$\frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\mathcal{A}_{AMC}} = \frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\mathcal{A}_{ANB}}$$

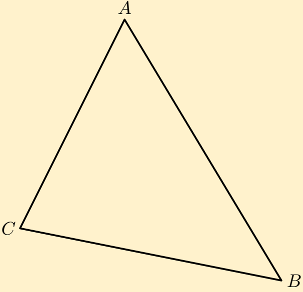


Rappelons l'égalité précédemment établie :

$$\mathcal{A}_{AMC} = \mathcal{A}_{ANB}$$

On en déduit l'égalité des quotients :

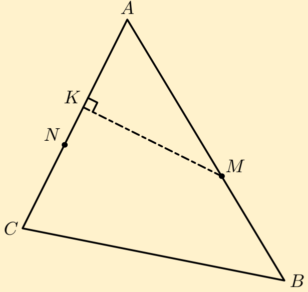
$$\frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\mathcal{A}_{AMC}} = \frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\mathcal{A}_{ANB}}$$



Cette égalité devient :

Rappelons l'égalité précédemment établie :

$$\mathcal{A}_{AMC} = \mathcal{A}_{ANB}$$



On en déduit l'égalité des quotients :

$$\frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\mathcal{A}_{AMC}} = \frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\mathcal{A}_{ANB}}$$

Cette égalité devient :

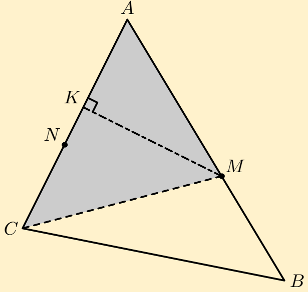
En utilisant la hauteur $[MK]$:

Rappelons l'égalité précédemment établie :

$$\mathcal{A}_{AMC} = \mathcal{A}_{ANB}$$

On en déduit l'égalité des quotients :

$$\frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\mathcal{A}_{AMC}} = \frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\mathcal{A}_{ANB}}$$



Cette égalité devient :

En utilisant la hauteur $[MK]$:

$$\frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\frac{MK \times AC}{2}} = \frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\mathcal{A}_{ANB}}$$

Rappelons l'égalité précédemment établie :

$$\mathcal{A}_{AMC} = \mathcal{A}_{ANB}$$

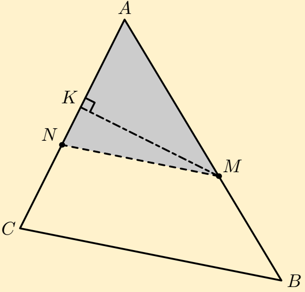
On en déduit l'égalité des quotients :

$$\frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\mathcal{A}_{AMC}} = \frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\mathcal{A}_{ANB}}$$

Cette égalité devient :

En utilisant la hauteur $[MK]$:

$$\frac{\frac{MK \times AN}{2}}{\frac{MK \times AC}{2}} = \frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\mathcal{A}_{ANB}}$$

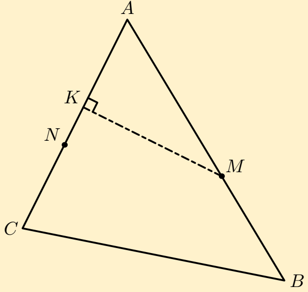


Rappelons l'égalité précédemment établie :

$$\mathcal{A}_{AMC} = \mathcal{A}_{ANB}$$

On en déduit l'égalité des quotients :

$$\frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\mathcal{A}_{AMC}} = \frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\mathcal{A}_{ANB}}$$



Cette égalité devient :

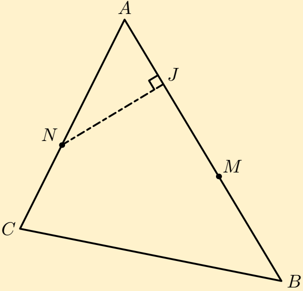
En utilisant la hauteur $[MK]$:

$$\frac{\frac{MK \times AN}{2}}{\frac{MK \times AC}{2}} = \frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\mathcal{A}_{ANB}}$$

$$\frac{AN}{AC} = \frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\mathcal{A}_{ANB}}$$

Rappelons l'égalité précédemment établie :

$$\mathcal{A}_{AMC} = \mathcal{A}_{ANB}$$



On en déduit l'égalité des quotients :

$$\frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\mathcal{A}_{AMC}} = \frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\mathcal{A}_{ANB}}$$

Cette égalité devient :

En utilisant la hauteur $[MK]$:

$$\frac{\frac{MK \times AN}{2}}{\frac{MK \times AC}{2}} = \frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\mathcal{A}_{ANB}}$$

$$\frac{AN}{AC} = \frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\mathcal{A}_{ANB}}$$

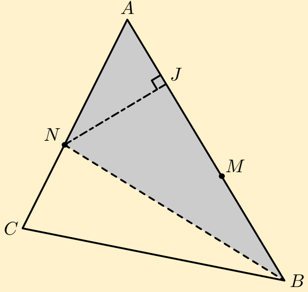
En utilisant la hauteur $[NJ]$:

Rappelons l'égalité précédemment établie :

$$\mathcal{A}_{AMC} = \mathcal{A}_{ANB}$$

On en déduit l'égalité des quotients :

$$\frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\mathcal{A}_{AMC}} = \frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\mathcal{A}_{ANB}}$$



Cette égalité devient :

En utilisant la hauteur $[MK]$:

$$\frac{\frac{MK \times AN}{2}}{\frac{MK \times AC}{2}} = \frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\mathcal{A}_{ANB}}$$

$$\frac{AN}{AC} = \frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\mathcal{A}_{ANB}}$$

En utilisant la hauteur $[NJ]$:

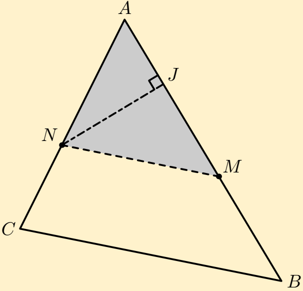
$$\frac{AN}{AC} = \frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\frac{NJ \times AB}{2}}$$

Rappelons l'égalité précédemment établie :

$$\mathcal{A}_{AMC} = \mathcal{A}_{ANB}$$

On en déduit l'égalité des quotients :

$$\frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\mathcal{A}_{AMC}} = \frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\mathcal{A}_{ANB}}$$



Cette égalité devient :

En utilisant la hauteur $[MK]$:

$$\frac{\frac{MK \times AN}{2}}{\frac{MK \times AC}{2}} = \frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\mathcal{A}_{ANB}}$$

$$\frac{AN}{AC} = \frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\mathcal{A}_{ANB}}$$

En utilisant la hauteur $[NJ]$:

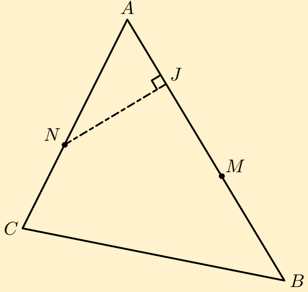
$$\frac{AN}{AC} = \frac{\frac{NJ \times AM}{2}}{\frac{NJ \times AB}{2}}$$

Rappelons l'égalité précédemment établie :

$$\mathcal{A}_{AMC} = \mathcal{A}_{ANB}$$

On en déduit l'égalité des quotients :

$$\frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\mathcal{A}_{AMC}} = \frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\mathcal{A}_{ANB}}$$



Cette égalité devient :

En utilisant la hauteur $[MK]$:

$$\frac{\frac{MK\times AN}{2}}{\frac{MK\times AC}{2}} = \frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\mathcal{A}_{ANB}}$$

$$\frac{AN}{AC} = \frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\mathcal{A}_{ANB}}$$

En utilisant la hauteur $[NJ]$:

$$\frac{AN}{AC} = \frac{\frac{NJ\times AM}{2}}{\frac{NJ\times AB}{2}}$$

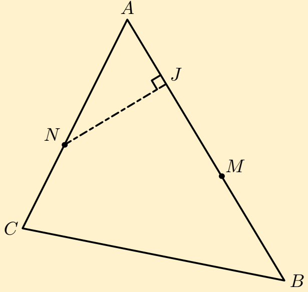
$$\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB}$$

Rappelons l'égalité précédemment établie :

$$\mathcal{A}_{AMC} = \mathcal{A}_{ANB}$$

On en déduit l'égalité des quotients :

$$\frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\mathcal{A}_{AMC}} = \frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\mathcal{A}_{ANB}}$$



Cette égalité devient :

En utilisant la hauteur $[MK]$:

$$\frac{\frac{MK \times AN}{2}}{\frac{MK \times AC}{2}} = \frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\mathcal{A}_{ANB}}$$

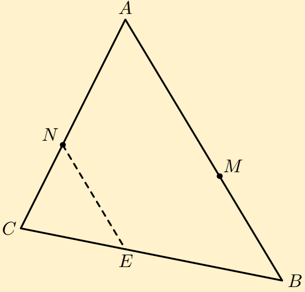
$$\frac{AN}{AC} = \frac{\mathcal{A}_{AMN}}{\mathcal{A}_{ANB}}$$

En utilisant la hauteur $[NJ]$:

$$\frac{AN}{AC} = \frac{\frac{NJ \times AM}{2}}{\frac{NJ \times AB}{2}}$$

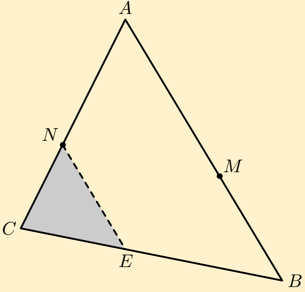
$$\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB}$$

On considère le point E intersection de la droite (BC) et de la droite parallèle à la droite (AB) passant par le point N.



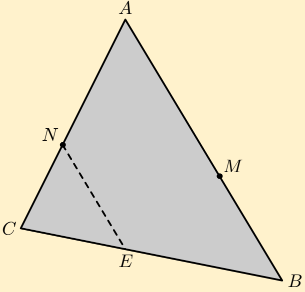
On considère le point E intersection de la droite (BC) et de la droite parallèle à la droite (AB) passant par le point N. Les résultats précédents permettent d'obtenir l'égalité des quotients :

$$\frac{CN}{CA} = \frac{CE}{CB}$$



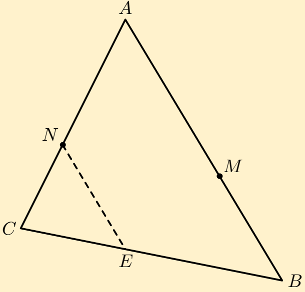
On considère le point E intersection de la droite (BC) et de la droite parallèle à la droite (AB) passant par le point N. Les résultats précédents permettent d'obtenir l'égalité des quotients :

$$\frac{CN}{CA} = \frac{CE}{CB}$$



On considère le point E intersection de la droite (BC) et de la droite parallèle à la droite (AB) passant par le point N. Les résultats précédents permettent d'obtenir l'égalité des quotients :

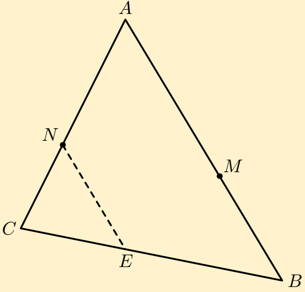
$$\frac{CN}{CA} = \frac{CE}{CB}$$



On a $N \in [CA]$:

On considère le point E intersection de la droite (BC) et de la droite parallèle à la droite (AB) passant par le point N. Les résultats précédents permettent d'obtenir l'égalité des quotients :

$$\frac{CN}{CA} = \frac{CE}{CB}$$

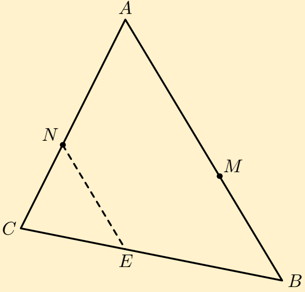


On a $N \in [CA]$:

$$\frac{CA - NA}{CA} = \frac{CE}{CB}$$

On considère le point E intersection de la droite (BC) et de la droite parallèle à la droite (AB) passant par le point N. Les résultats précédents permettent d'obtenir l'égalité des quotients :

$$\frac{CN}{CA} = \frac{CE}{CB}$$



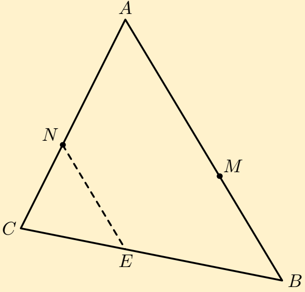
On a $N \in [CA]$:

$$\frac{CA - NA}{CA} = \frac{CE}{CB}$$

$$\frac{CA}{CA} - \frac{NA}{CA} = \frac{CE}{CB}$$

On considère le point E intersection de la droite (BC) et de la droite parallèle à la droite (AB) passant par le point N. Les résultats précédents permettent d'obtenir l'égalité des quotients :

$$\frac{CN}{CA} = \frac{CE}{CB}$$



On a $N \in [CA]$:

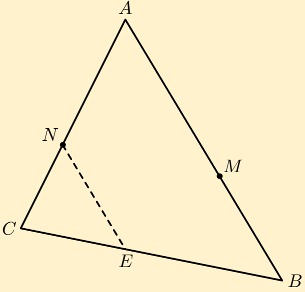
$$\frac{CA - NA}{CA} = \frac{CE}{CB}$$

$$\frac{CA}{CA} - \frac{NA}{CA} = \frac{CE}{CB}$$

$$1 - \frac{NA}{CA} = \frac{CE}{CB}$$

On considère le point E intersection de la droite (BC) et de la droite parallèle à la droite (AB) passant par le point N. Les résultats précédents permettent d'obtenir l'égalité des quotients :

$$\frac{CN}{CA} = \frac{CE}{CB}$$



On a $N \in [CA]$:

$$\frac{CA - NA}{CA} = \frac{CE}{CB}$$

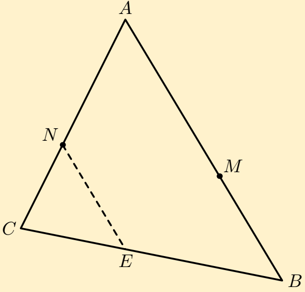
$$\frac{CA}{CA} - \frac{NA}{CA} = \frac{CE}{CB}$$

$$1 - \frac{NA}{CA} = \frac{CE}{CB}$$

On a $E \in [CB]$:

On considère le point E intersection de la droite (BC) et de la droite parallèle à la droite (AB) passant par le point N. Les résultats précédents permettent d'obtenir l'égalité des quotients :

$$\frac{CN}{CA} = \frac{CE}{CB}$$



On a $N \in [CA]$:

$$\frac{CA - NA}{CA} = \frac{CE}{CB}$$

$$\frac{CA}{CA} - \frac{NA}{CA} = \frac{CE}{CB}$$

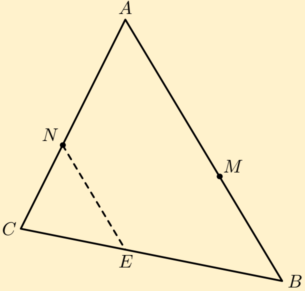
$$1 - \frac{NA}{CA} = \frac{CE}{CB}$$

On a $E \in [CB]$:

$$1 - \frac{NA}{CA} = \frac{CB - EB}{CB}$$

On considère le point E intersection de la droite (BC) et de la droite parallèle à la droite (AB) passant par le point N. Les résultats précédents permettent d'obtenir l'égalité des quotients :

$$\frac{CN}{CA} = \frac{CE}{CB}$$



On a $N \in [CA]$:

$$\frac{CA - NA}{CA} = \frac{CE}{CB}$$

$$\frac{CA}{CA} - \frac{NA}{CA} = \frac{CE}{CB}$$

$$1 - \frac{NA}{CA} = \frac{CE}{CB}$$

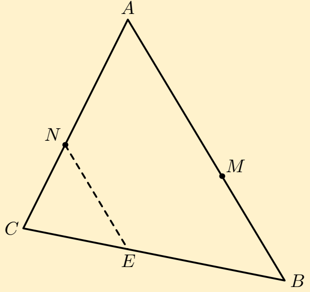
On a $E \in [CB]$:

$$1 - \frac{NA}{CA} = \frac{CB - EB}{CB}$$

$$1 - \frac{NA}{CA} = \frac{CB}{CB} - \frac{EB}{CB}$$

On considère le point E intersection de la droite (BC) et de la droite parallèle à la droite (AB) passant par le point N. Les résultats précédents permettent d'obtenir l'égalité des quotients :

$$\frac{CN}{CA} = \frac{CE}{CB}$$



On a $N \in [CA]$:

$$\frac{CA - NA}{CA} = \frac{CE}{CB}$$

$$\frac{CA}{CA} - \frac{NA}{CA} = \frac{CE}{CB}$$

$$1 - \frac{NA}{CA} = \frac{CE}{CB}$$

On a $E \in [CB]$:

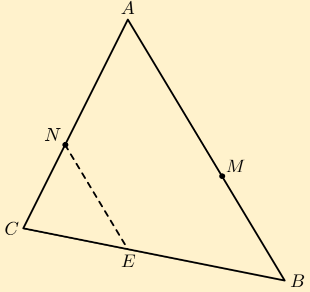
$$1 - \frac{NA}{CA} = \frac{CB - EB}{CB}$$

$$1 - \frac{NA}{CA} = \frac{CB}{CB} - \frac{EB}{CB}$$

$$1 - \frac{NA}{CA} = 1 - \frac{EB}{CB}$$

On considère le point E intersection de la droite (BC) et de la droite parallèle à la droite (AB) passant par le point N. Les résultats précédents permettent d'obtenir l'égalité des quotients :

$$\frac{CN}{CA} = \frac{CE}{CB}$$



On a $N \in [CA]$:

$$\frac{CA - NA}{CA} = \frac{CE}{CB}$$

$$\frac{CA}{CA} - \frac{NA}{CA} = \frac{CE}{CB}$$

$$1 - \frac{NA}{CA} = \frac{CE}{CB}$$

On a $E \in [CB]$:

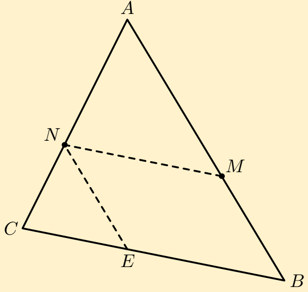
$$1 - \frac{NA}{CA} = \frac{CB - EB}{CB}$$

$$1 - \frac{NA}{CA} = \frac{CB}{CB} - \frac{EB}{CB}$$

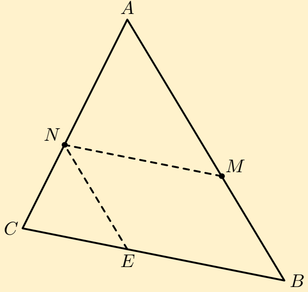
$$1 - \frac{NA}{CA} = 1 - \frac{EB}{CB}$$

$$\frac{NA}{CA} = \frac{EB}{CB}$$

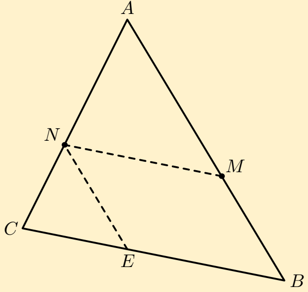
$NEBM$ est un parallélogramme



$NEBM$ est un parallélogramme



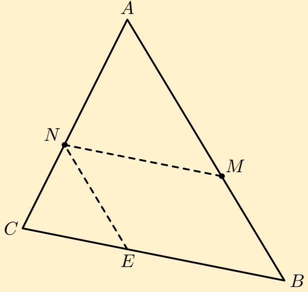
$EB = NM$



$NEBM$ est un parallélogramme

$EB = NM$

De l'égalité :
$$\frac{NA}{CA} = \frac{EB}{CB}$$



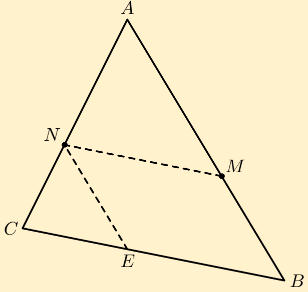
$NEBM$ est un parallélogramme

$EB = NM$

De l'égalité :

$$\frac{NA}{CA} = \frac{EB}{CB}$$

$$\frac{NA}{CA} = \frac{NM}{CB}$$



$NEBM$ est un parallélogramme

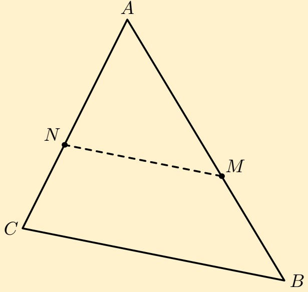
$EB = NM$

De l'égalité :

$$\frac{NA}{CA} = \frac{EB}{CB}$$

$$\frac{NA}{CA} = \frac{NM}{CB}$$

$$\frac{AN}{AC} = \frac{NM}{CB}$$



$NEBM$ est un parallélogramme

$EB = NM$

De l'égalité :

$$\frac{NA}{CA} = \frac{EB}{CB}$$

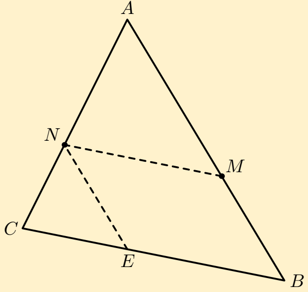
$$\frac{NA}{CA} = \frac{NM}{CB}$$

$$\frac{AN}{AC} = \frac{NM}{CB}$$

On en déduit le résultat final :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

$(NE) /\!/ (MB) \quad ; \quad (NM) /\!/ (EB)$



$NEBM$ est un parallélogramme

$EB = NM$

De l'égalité :

$$\frac{NA}{CA} = \frac{EB}{CB}$$

$$\frac{NA}{CA} = \frac{NM}{CB}$$

$$\frac{AN}{AC} = \frac{NM}{CB}$$

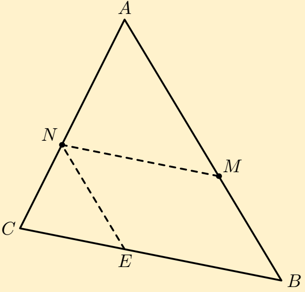
On en déduit le résultat final :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

$(NE) /\!/ (MB) \quad ; \quad (NM) /\!/ (EB)$

Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles entre eux alors ce quadrilatère est un parallélogramme.

$NEBM$ est un parallélogramme



$EB = NM$

De l'égalité :

$$\frac{NA}{CA} = \frac{EB}{CB}$$

$$\frac{NA}{CA} = \frac{NM}{CB}$$

$$\frac{AN}{AC} = \frac{NM}{CB}$$

On en déduit le résultat final :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

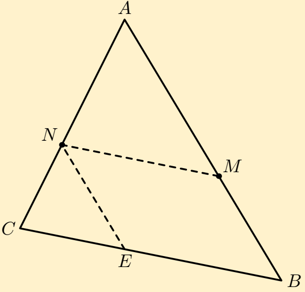
$(NE) /\!\!/ (MB)$; $(NM) /\!\!/ (EB)$

Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles entre eux alors ce quadrilatère est un parallélogramme.

$NEBM$ est un parallélogramme

Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont de même mesure.

$EB = NM$



De l'égalité :

$$\frac{NA}{CA} = \frac{EB}{CB}$$

$$\frac{NA}{CA} = \frac{NM}{CB}$$

$$\frac{AN}{AC} = \frac{NM}{CB}$$

On en déduit le résultat final :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$