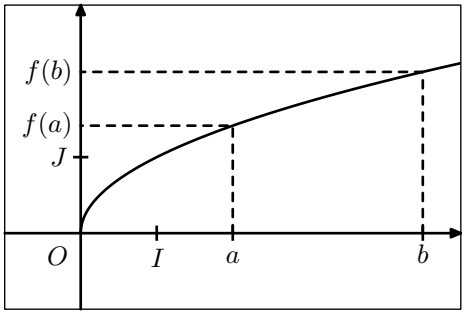
La fonction racine carré est croissante sur $\mathbb{R}_+$



Soit a et b deux nombres appartenant à $\mathbb{R}_+$ vérifiant $a<b$. Pour comparer $f(a)$ et $f(b)$, étudions la différence $f(a)-f(b)$.
On remarque d'abord que l'inégalité $a<b$ implique que les termes a et b ne peuvent pas être simultanément nul : $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ est non-nul. On obtient les transformations algébriques suivantes :

$$f(a)-f(b)=\sqrt{a}-\sqrt{b}=\frac{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$

$$\frac{\left(\sqrt{a}\right)^2-\left(\sqrt{b}\right)^2}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$

Etudions le signe de ce quotient :

$$\sqrt{a}+\sqrt{b}>0 \quad ; \quad a<b \Longrightarrow a-b<0$$

Le signe de cette différence est donc négative. On obtient : $f(a)-f(b)<0 \quad \Longrightarrow \quad f(a)<f(b)$

On vient d'établir la stricte croissance de la fonction racine carrée sur $\mathbb{R}_+$.

La fonction racine carré est croissante sur $\mathbb{R}_+$

Soit a et b deux nombres appartenant à $\mathbb{R}_+$ vérifiant $a<b$. Pour comparer $f(a)$ et $f(b)$, étudions la différence $f(a)-f(b)$.
On remarque d'abord que l'inégalité $a<b$ implique que les termes a et b ne peuvent pas être simultanément nul : $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ est non-nul. On obtient les transformations algébriques suivantes :

$$f(a)-f(b)=\sqrt{a}-\sqrt{b}=\frac{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$

$$\frac{\left(\sqrt{a}\right)^2-\left(\sqrt{b}\right)^2}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$

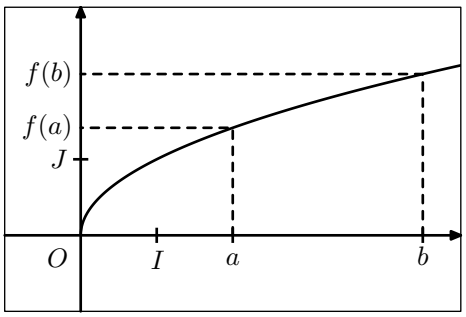
Etudions le signe de ce quotient :

$$\sqrt{a}+\sqrt{b}>0 \quad ; \quad a<b \Longrightarrow a-b<0$$

Le signe de cette différence est donc négative. On obtient : $f(a)-f(b)<0 \quad \Longrightarrow \quad f(a)<f(b)$

On vient d'établir la stricte croissance de la fonction racine carrée sur $\mathbb{R}_+$.

La fonction racine carré est croissante sur $\mathbb{R}_+$



Soit a et b deux nombres appartenant à $\mathbb{R}_+$ vérifiant $a<b$. Pour comparer $f(a)$ et $f(b)$, étudions la différence $f(a)-f(b)$.
On remarque d'abord que l'inégalité $a<b$ implique que les termes a et b ne peuvent pas être simultanément nul : $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ est non-nul. On obtient les transformations algébriques suivantes :

$$f(a)-f(b)=\sqrt{a}-\sqrt{b}=\frac{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$

$$\frac{\left(\sqrt{a}\right)^2-\left(\sqrt{b}\right)^2}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$

Etudions le signe de ce quotient :

$$\sqrt{a}+\sqrt{b}>0 \quad ; \quad a<b \Longrightarrow a-b<0$$

Le signe de cette différence est donc négative. On obtient : $f(a)-f(b)<0 \quad \Longrightarrow \quad f(a)<f(b)$

On vient d'établir la stricte croissance de la fonction racine carrée sur $\mathbb{R}_+$.

La fonction racine carré est croissante sur $\mathbb{R}_+$

Soit a et b deux nombres appartenant à $\mathbb{R}_+$ vérifiant $a<b$. Pour comparer $f(a)$ et $f(b)$, étudions la différence $f(a)-f(b)$.
On remarque d'abord que l'inégalité $a<b$ implique que les termes a et b ne peuvent pas être simultanément nul : $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ est non-nul. On obtient les transformations algébriques suivantes :

$$f(a)-f(b)=\sqrt{a}-\sqrt{b}=\frac{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$

$$\frac{\left(\sqrt{a}\right)^2-\left(\sqrt{b}\right)^2}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$

Etudions le signe de ce quotient :

$$\sqrt{a}+\sqrt{b}>0 \quad ; \quad a<b \Longrightarrow a-b<0$$

Le signe de cette différence est donc négative. On obtient : $f(a)-f(b)<0 \quad \Longrightarrow \quad f(a)<f(b)$

On vient d'établir la stricte croissance de la fonction racine carrée sur $\mathbb{R}_+$.

 CC BY-NC