Correction 1

2. a. Montrons que les triangles ABM et AQD sont isométriques :

- Les angles $\widehat{QAD}$, $\widehat{DAB}$ et $\widehat{BAM}$ sont adjacents et supplémentaires.
  L'angle $\widehat{DAB}$ étant un angle droit, on en déduit que les angles $\widehat{BAM}$ et $\widehat{QAD}$ sont complémentaires.
  Le triangle AMB étant rectangle en M, on en déduit l'égalité suivante sur les angles :
  $\widehat{ABM} = \widehat{QAD}$.
- Les triangles ADQ et AMB possèdent des angles de même mesure : ce sont des triangles semblables.
- $ABCD$ étant un carré, les triangles BAM et ADQ ont leur hypothénuse de même mesure : ces deux triangles sont isométriques.

On en déduit l'égalité suivante :
$MQ = AM + MB$

Dans le triangle ABM rectangle en M, on a les deux relations trigonométriques en fonction de l'angle $\widehat{BAM}$:

- $AM = x{\cdot}\cos\alpha$
- $MB = x{\cdot}\sin\alpha$

Ainsi, on a :

$$\begin{aligned} MQ &= AM + MB \\ &= x{\cdot}\cos\alpha + x{\cdot}\sin\alpha \\ &= x{\cdot}\big(\cos\alpha + \sin\alpha\big) \end{aligned}$$

b. Etudions le quotient suivant :

$$\begin{aligned} \frac{\mathcal{A}_{MNPQ}}{\mathcal{A}_{ABCD}} &= \frac{QM^2}{AB^2} \\ &= \frac{\Big[x{\cdot}\big(\cos\alpha + \sin\alpha\big)\Big]^2}{x^2} \\ &= \frac{x^2{\cdot}\big(\cos\alpha + \sin\alpha\big)^2}{x^2} \\ &= \big(\cos\alpha + \sin\alpha\big)^2 \\ &= \cos^2\alpha + 2{\cdot}\cos\alpha{\cdot}\sin\alpha + \sin^2\alpha \\ &= 1 + 2{\cdot}\cos\alpha{\cdot}\sin\alpha \\ &= 1 + \sin\big(2{\cdot}\alpha\big) \end{aligned}$$