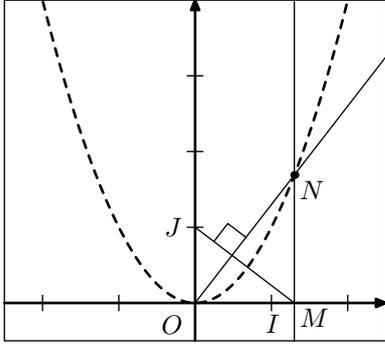


1. a. Voici la représentation obtenue par les élèves :



Le lieu géométrique du point N lorsque le paramètre x décrit \mathbb{R} est représenté en pointillés.

- b. Il semblerait que le point N décrive la parabole d'équation $y = x^2$ lors que le paramètre x décrit \mathbb{R} .

2. a. D'après la relation de Chasles, on a :

$$\overrightarrow{MJ} \cdot \overrightarrow{ON} = (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OJ}) \cdot (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MN})$$

A l'aide des propriétés de linéarité :

$$\begin{aligned} &= (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OJ}) \cdot (\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MN}) \\ &= \overrightarrow{MO} \cdot \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MO} \cdot \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{OJ} \cdot \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{OJ} \cdot \overrightarrow{MN} \\ &= -OM^2 + 0 + 0 + OJ \times MN \\ &= -OM^2 + OJ \times MN \\ &= -OM^2 + MN \end{aligned}$$

Or, les droites (ON) et (MJ) sont perpendiculaires entre elles, ainsi on a :

$$\overrightarrow{MJ} \cdot \overrightarrow{ON} = 0$$

$$-OM^2 + MN = 0$$

$$OM^2 = MN$$

- b. En notant $(x ; y)$ les coordonnées du point N , la relation précédente devient :

$$OM^2 = MN$$

$$x^2 = y$$

Ainsi, les coordonnées du point N vérifient l'équation de la parabole d'équations $y = x^2$.

Ce qui confirme la conjecture précédente.