Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}_+$ par :

$$f(x) = \big(x-1\big)\cdot\sqrt{x}$$

L'expression de la fonction f est donnée sous la forme du produit des fonctions u et v définies par :

$$u(x) = x-1 \quad ; \quad v(x) = \sqrt{x}$$

qui admettent pour dérivées :

$$u'(x) = 1 \quad ; \quad v'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

La formule de dérivation d'un produit permet d'obtenir l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f :

$$f'(x) = u'(x)\cdot v(x) + u(x)\cdot v'(x) = 1\cdot\sqrt{x} + \big(x-1\big)\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$= \sqrt{x}+\frac{x-1}{2\sqrt{x}} = \frac{2\sqrt{x}\times\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}+\frac{x-1}{2\sqrt{x}} = \frac{2\cdot x+\big(x-1\big)}{2\sqrt{x}} = \frac{3\cdot x-1}{2\sqrt{x}}$$

La fonction f' est définie sur $\mathbb{R}_+^*$ et admet pour tableau de signes :

x	0		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$f'(x)$	$\|$	$-$	0	$+$	

On en déduit le tableau de variation de la fonction f :

x	0		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
Variation de f	0	$\searrow$	$-\frac{2}{3}\sqrt{\frac{1}{3}}$	$\nearrow$	