Coordonnées du milieu de deux points

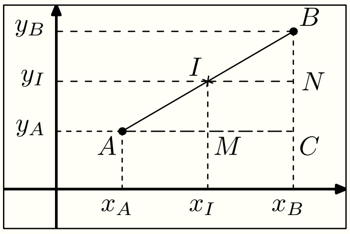
Proposition :

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;\,;\,J)$.
Soit A et B deux points du plan de coordonnées respectives $(x_A\,;y_A)$ et $(x_B\,;y_B)$. Le point I milieu du segment $[AB]$ a pour coordonnée :

$$I\left(\frac{x_A+x_B}{2}\,;\,\frac{y_A+y_B}{2}\right)$$

Preuve :

Le graphique ci-dessous représente deux points, A et B, et I le milieu du segment $[AB]$; Considérons le point C de coordonnées $C(x_B\,;y_A)$:



Voici quelques conséquences des coordonnées du point C :
- Les points A et C ont même ordonnées : la droite (AC) est parallèle à l'axe des abscisses.
- Les points B et C ont même abscisses : la droite (BC) est parallèle à l'axe des ordonnées.

Dans le triangle ABC, la droite parallèle à l'axe des abscisses passant par le point I intercepte le côté $[BC]$ en N.
D'après le théoréme des milieux, le point N est le milieu du segment $[BC]$.

Dans le triangle ABC, la droite parallèle à l'axe des ordonnées passant par le point I intercepte le côté $[AC]$ en M.
D'après le théoréme des milieux, le point M est le milieu du segment $[AC]$.

On en déduit facilement ces deux conséquences :
- x_I est le nombre milieu de x_A et x_B.
- y_I est le nombre milieu de y_A et y_B

En supposant que $x_A < x_B$, on doit avoir :

$$x_I - x_A = x_B - x_I$$

On en déduit :

$$\begin{aligned} x_I + x_I &= x_B + x_A \\ 2{\cdot}x_I &= x_B + x_A \\ x_I &= \frac{x_B + x_A}{2} \end{aligned}$$

Une démonstration identique entraîne : $\quad y_I = \dfrac{y_A+y_B}{2}$

Coordonnées du milieu de deux points

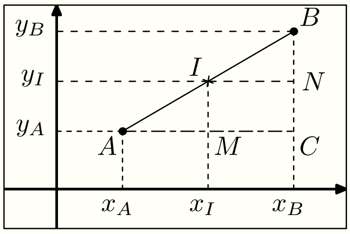
Proposition :

On considère le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;\,;\,J)$.
Soit A et B deux points du plan de coordonnées respectives $(x_A\,;y_A)$ et $(x_B\,;y_B)$. Le point I milieu du segment $[AB]$ a pour coordonnée :

$$I\left(\frac{x_A+x_B}{2}\,;\,\frac{y_A+y_B}{2}\right)$$

Preuve :

Le graphique ci-dessous représente deux points, A et B, et I le milieu du segment $[AB]$; Considérons le point C de coordonnées $C(x_B\,;y_A)$:



Voici quelques conséquences des coordonnées du point C :
- Les points A et C ont même ordonnées : la droite (AC) est parallèle à l'axe des abscisses.
- Les points B et C ont même abscisses : la droite (BC) est parallèle à l'axe des ordonnées.

Dans le triangle ABC, la droite parallèle à l'axe des abscisses passant par le point I intercepte le côté $[BC]$ en N.
D'après le théoréme des milieux, le point N est le milieu du segment $[BC]$.

Dans le triangle ABC, la droite parallèle à l'axe des ordonnées passant par le point I intercepte le côté $[AC]$ en M.
D'après le théoréme des milieux, le point M est le milieu du segment $[AC]$.

On en déduit facilement ces deux conséquences :
- x_I est le nombre milieu de x_A et x_B.
- y_I est le nombre milieu de y_A et y_B

En supposant que $x_A < x_B$, on doit avoir :

$$x_I - x_A = x_B - x_I$$

On en déduit :

$$\begin{aligned} x_I + x_I &= x_B + x_A \\ 2{\cdot}x_I &= x_B + x_A \\ x_I &= \frac{x_B + x_A}{2} \end{aligned}$$

Une démonstration identique entraîne : $\quad y_I = \dfrac{y_A+y_B}{2}$