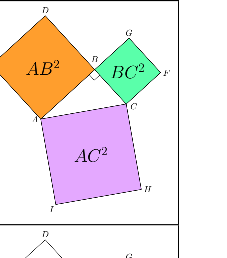
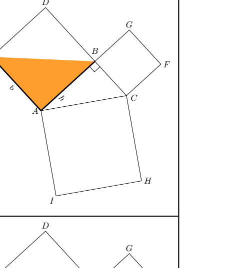
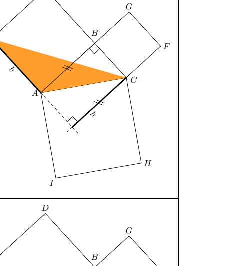
Nous disposons d'un triangle rectangle ABC rectangle en A. Nous construisons, extérieurement, sur les trois côtés de ce triangle des carrés. Les carrées $DEAB$, $BGFC$ et $ACHI$ ont pour aire respective AB^2, BC^2 et AC^2.



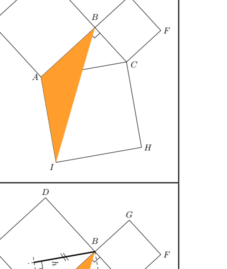
Nous allons nous intéresser à l'aire du triangle AEB.



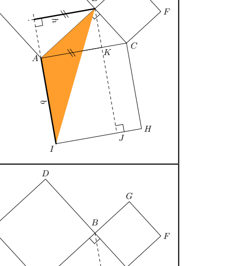
On transforme le triangle ABE en faisant glisser le point B jusqu'en C pour obtenir le triangle ACE : les triangles ABE et ACE ont même base et leurs hauteurs ont la même mesure.



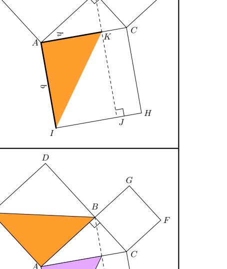
Une rotation de centre A, d'angle 90^o, dans le sens des aiguilles d'une montre, donne :
$A \rightsquigarrow A \qquad E \rightsquigarrow B \qquad C \rightsquigarrow I$
Le triangle ECA a pour image le triangle BAI par cette rotation. On en conclut :
$\mathscr{A}_{EAC} = \mathscr{A}_{ABI}$



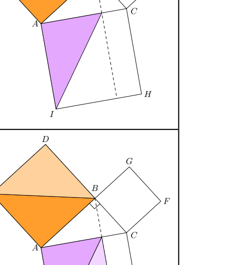
Soit (BJ) la parallèle à (AI) passant par B interceptant $[AC]$ en K.
On remarque que la hauteur issue de B a pour mesure AK.



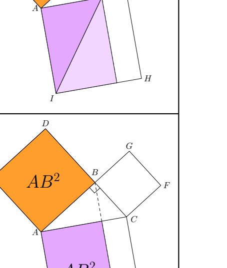
En glissant le point B en K, le triangle AIB se transforme en AIK. Ces deux triangles ont la même base et une hauteur de même mesure :
$\mathscr{A}_{ABI} = \mathscr{A}_{AZI}$



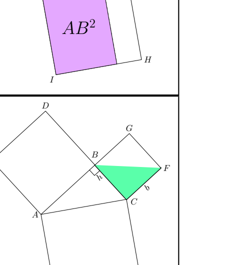
Par transformation et déformation successive, on vient de montrer que les triangles ABE et AIK ont même aire :
$\mathscr{A}_{AEB} = \mathscr{A}_{AZI}$



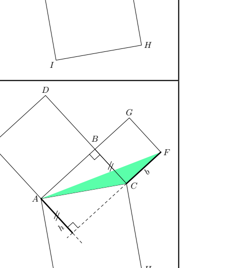
Dans le carré $ABED$, les triangles BDE et ABE sont symétrique *(par rapport à la diagonale)* : ils ont même aire.
Le même commentaire permet d'affirmer l'égalité d'aires des triangles AIK et IJK dans le rectangle $AIJK$.
On a en déduit immédiatemment que :
$\mathscr{A}_{EDB} = \mathscr{A}_{IYZ}$



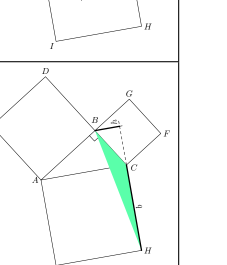
Ainsi, les quadrilatères $EABD$ et $AZYI$ ont même aire.
$\mathscr{A}_{EABD} = \mathscr{A}_{AZYI}$
Donc :
$\mathscr{A}_{AIJK} = AB^2$



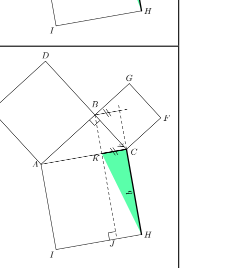
Nous allons reproduire ce raisonnement dans le but de montrer que le carré $BCFG$ a la même aire que le rectangle $KJHC$.



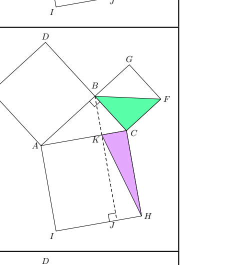
On transforme le triangle BCF en déplaçant le point B en A : le triangle ACF obtenu a la même base et une hauteur de même longueur que le triangle BCF. On en déduit :
$\mathscr{A}_{BFC} = \mathscr{A}_{FAC}$



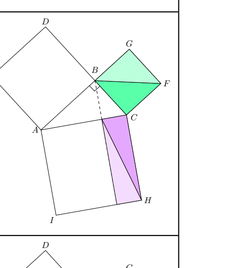
La rotation de centre C, d'angle 90^o, dans le sens inverse des aiguilles d'une montre transforme le triangle ACF en le triangle BHC. Par conservation des aires par les rotations, on a :
$\mathscr{A}_{FCA} = \mathscr{A}_{BCH}$



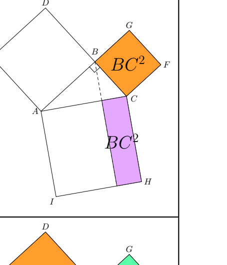
On transforme le triangle BHC en déplaçant le point B en K.
Le triangle KHC a la même aire que le triangle BHC en raison d'une base commune et de la longueur commune de leurs hauteurs.



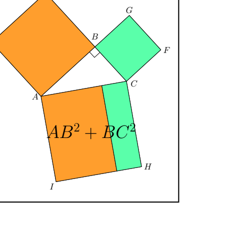
Par transformations et déformations successives, nous venons d'arriver à l'égalité suivante :
$\mathscr{A}_{BCF} = \mathscr{A}_{CZH}$



Les diagonales coupent un parallélogramme en deux parties de même aire.
Ainsi, les triangles BFC et KJH ont même aire.
Il en va de même des triangles ZCH et ZHY.
On en déduit que :
$\mathscr{A}_{BGF} = \mathscr{A}_{CZH}$



Ainsi, nous venons de montrer que les quadrilatères $BCFG$ et $KJHC$ ont des aires égales :
$\mathscr{A}_{KJHC} = BC^2$



Ainsi, le carré ayant pour côté $[AC]$ a pour aire $AB^2 + BC^2$. On en déduit la relation :

$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$