**Propriété :**

Si $b$ appartient à $\mathbb{N}^*$, alors, quel que soit $a$ entier positif, il existe un entier $n$ dans $\mathbb{N}$ tel que $a < n \cdot b$.

On dit que $\mathbb{N}$ est **archimédien**.

**Remarque :**

$\mathbb{R}$ est aussi archimédien.

**Exemple :**

Les ensembles suivants possèdent un plus petit élément :

- $\{3\,;5\;12\,;21\}$
- $\{k \mid k\in\mathbb{N}\ ;\ 3\cdot k \geqslant 50\}$

Tous les sous-ensembles de $\mathbb{R}$ ne possèdent pas un plus petit élément : $]0\,;1]$ ne possède pas de plus petit élément.

**Propriété :***(admise)*

Toute partie non vide de $\mathbb{N}$ admet un plus petit élément.

**Exemple :***(d'utilisation)*

Considérons l'ensemble $\mathcal{E} = \{n\in\mathbb{N} \mid 12\cdot n \geqslant 236\}$ est non vide car il contient la valeur 20 :

$12\times100 = 1200 \geqslant 236$

Le fait que $\mathbb{N}$ est archimédien nous assure également que $\mathcal{E}$ est non-vide.

La propriété précédente nous assure l'existence d'un plus petit élément de $\mathcal{E}$. Mais dans ce cas, nous pouvons le déterminer facilement :

- $20\in\mathbb{E}$ : car $12\times20 = 240 \geqslant 236$
- $19\notin\mathbb{E}$ : car $12\times19 = 228 < 236$

On vient donc de montrer que le nombre 12 rentre au maximum 19 fois dans le nombre 236.

**Théorème :**

Soit $a$ un nombre entier relatif et $b$ un entier naturel non nul.
Il existe un unique couple $(q\,;r)$ d'entiers relatifs tels que $a = b\cdot q + r$ et $0 \leqslant r < b$.

**Propriété :**

Si $b$ appartient à $\mathbb{N}^*$, alors, quel que soit $a$ entier positif, il existe un entier $n$ dans $\mathbb{N}$ tel que $a < n \cdot b$.

On dit que $\mathbb{N}$ est **archimédien**.

**Remarque :**

$\mathbb{R}$ est aussi archimédien.

**Exemple :**

Les ensembles suivants possèdent un plus petit élément :

- $\{3\,;5\;12\,;21\}$
- $\{k \mid k\in\mathbb{N}\ ;\ 3\cdot k \geqslant 50\}$

Tous les sous-ensembles de $\mathbb{R}$ ne possèdent pas un plus petit élément : $]0\,;1]$ ne possède pas de plus petit élément.

**Propriété :***(admise)*

Toute partie non vide de $\mathbb{N}$ admet un plus petit élément.

**Exemple :***(d'utilisation)*

Considérons l'ensemble $\mathcal{E} = \{n\in\mathbb{N} \mid 12\cdot n \geqslant 236\}$ est non vide car il contient la valeur 20 :

$12\times100 = 1200 \geqslant 236$

Le fait que $\mathbb{N}$ est archimédien nous assure également que $\mathcal{E}$ est non-vide.

La propriété précédente nous assure l'existence d'un plus petit élément de $\mathcal{E}$. Mais dans ce cas, nous pouvons le déterminer facilement :

- $20\in\mathbb{E}$ : car $12\times20 = 240 \geqslant 236$
- $19\notin\mathbb{E}$ : car $12\times19 = 228 < 236$

On vient donc de montrer que le nombre 12 rentre au maximum 19 fois dans le nombre 236.

**Théorème :**

Soit $a$ un nombre entier relatif et $b$ un entier naturel non nul.
Il existe un unique couple $(q\,;r)$ d'entiers relatifs tels que $a = b\cdot q + r$ et $0 \leqslant r < b$.

**Propriété :**

Si $b$ appartient à $\mathbb{N}^*$, alors, quel que soit $a$ entier positif, il existe un entier $n$ dans $\mathbb{N}$ tel que $a < n \cdot b$.

On dit que $\mathbb{N}$ est **archimédien**.

**Remarque :**

$\mathbb{R}$ est aussi archimédien.

**Exemple :**

Les ensembles suivants possèdent un plus petit élément :

- $\{3\,;5\;12\,;21\}$
- $\{k \mid k\in\mathbb{N}\ ;\ 3\cdot k \geqslant 50\}$

Tous les sous-ensembles de $\mathbb{R}$ ne possèdent pas un plus petit élément : $]0\,;1]$ ne possède pas de plus petit élément.

**Propriété :***(admise)*

Toute partie non vide de $\mathbb{N}$ admet un plus petit élément.

**Exemple :***(d'utilisation)*

Considérons l'ensemble $\mathcal{E} = \{n\in\mathbb{N} \mid 12\cdot n \geqslant 236\}$ est non vide car il contient la valeur 20 :

$12\times100 = 1200 \geqslant 236$

Le fait que $\mathbb{N}$ est archimédien nous assure également que $\mathcal{E}$ est non-vide.

La propriété précédente nous assure l'existence d'un plus petit élément de $\mathcal{E}$. Mais dans ce cas, nous pouvons le déterminer facilement :

- $20\in\mathbb{E}$ : car $12\times20 = 240 \geqslant 236$
- $19\notin\mathbb{E}$ : car $12\times19 = 228 < 236$

On vient donc de montrer que le nombre 12 rentre au maximum 19 fois dans le nombre 236.

**Théorème :**

Soit $a$ un nombre entier relatif et $b$ un entier naturel non nul.
Il existe un unique couple $(q\,;r)$ d'entiers relatifs tels que $a = b\cdot q + r$ et $0 \leqslant r < b$.