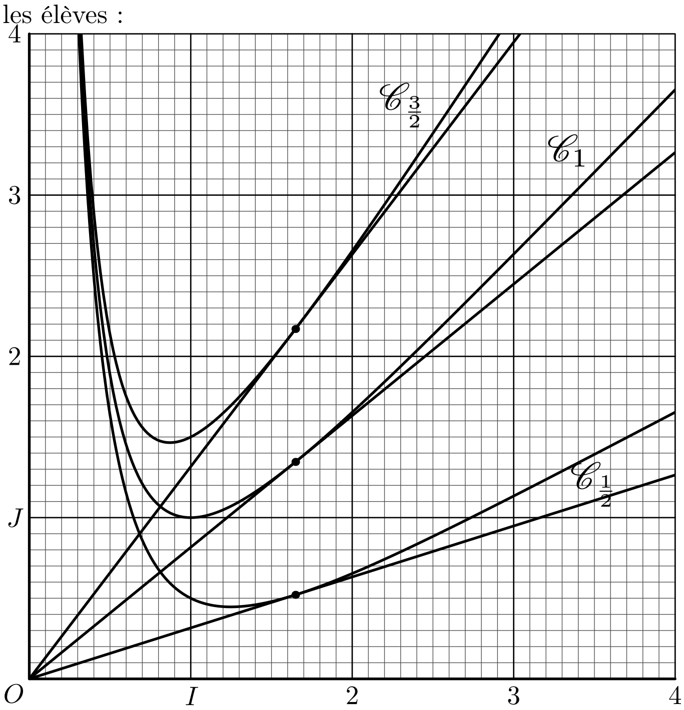
Création de la figure : Le tracé de cette figure est assez simple : l'utilisation d'un curseur permettant de faire varier la valeur du paramètre `k` permet d'afficher les courbes de la famille $\mathscr{C}_k$.

Le tracé de la tangente recherché vient à placer correctement le point sur la courbe afin que celle-ci passe par l'origine du repère.

Mise en place de la conjecture : L'exercice commence par un tracé à la main de tangentes pour mettre en avant la conjecture : chacune des courbes $\mathscr{C}_k$ admet une tangente passant par l'origine. Voici le tracé obtenu par les élèves :



En passant à l'observation avec le logiciel, l'élève remarque facilement qu'avec la modification du curseur `k` que la tangente tracée continue à passer par l'orgine du repère et que les points de passage de ces tangentes ont même abscisse.

Outils mathématiques : Pour valider la conjecture, les élèves doivent dériver la fonction f_k en fonction de x et doivent donc considérer k comme paramètre.

Les élèves doivent utiliser la formule de l'équation d'une tangente :

$$y = f'_k(a)\cdot(x-a) + f_k(a)$$

et extraire l'ordonnée à l'origine de cette équation réduite :

$$-a\cdot f'_k(a) + f_k(a) = \frac{1-2\cdot\ln(a)}{a}$$

Ainsi, la tangente à $\mathscr{C}_k$ passant par l'origine passe par le point de $\mathscr{C}_k$ d'abscisse a vérifiant :

$$1-2\cdot\ln(a) = 0$$

On remarquera qu'à une ordonnée à l'origine fixé, les tangentes associées à chacune des fonctions de cette famille passe tous par un point ayant même abscisse ; par contre, on ne peut déterminer la valeur de cette abscisse que dans le cas où l'ordonnée à l'origine est nulle.
On peut leur faire remarquer en leur demandant de voir si cette propriété est conservée pour la famille $\big(g_k\big)$ où :

$$g_k(x) = k\cdot x^2 - \frac{\ln(x)}{x}$$

Organisation du temps de travail : La mise en place de la conjecture et le tracé de la figure est assez facile.

La partie théorique est assez courte. Seule l'utilisation du paramètre k lors de la dérivation peut poser un problème.

http://chingatome.net