

A. Tâches complexes :

Exercice 1 (Amérique du Nord - Juin 2014 - 6 points - 6277)

Pendant le remplissage d'une écluse, Jules et Paul, à bord de leur péniche, patientent en jouant aux dés. Ces dés sont équilibrés.

- Est-ce que, lors du jet d'un dé, la probabilité d'obtenir un "1" est la même que celle d'obtenir un "5"? Expliquer.
- Jules lance en même temps un dé rouge et un dé jaune. Par exemple, il peut obtenir 3 au dé rouge et 4 au dé jaune, c'est l'une des issues possibles. Expliquer pourquoi le nombre d'issues possibles quand il lance ses deux dés est de 36.

Jules propose à Paul de jouer avec ces deux dés (*un jaune et un rouge*). Il lui explique la règle :

- Le gagnant est le premier à remporter un total de 1 000 points.
- Si, lors d'un lancer, un joueur fait deux "1", c'est-à-dire une paire* de "1", il remporte 1 000 points (*et don la partie*).
- Si un joueur obtient une paire de 2? il obtient 100 fois la valeur du 2, soit : $2 \times 100 = 200$ points
- De même, si un joueur obtient une paire de 3 ou de 4 ou de 5 ou de 6, il obtient 100 fois la valeur du dé soit $3 \times 100 = 300$, ou ...
- Si un joueur obtient un résultat autre qu'une paire (*exemple 3 sur le dé jaune et 5 sur le dé rouge*), il obtient 50 points.

* On appelle une paire de 1 quand on obtient deux "1", une paire de 2 quand on obtient deux "2" ...

- Paul a déjà 2 lancers et a obtenu 650 points. Quelle est la probabilité qu'il gagne la partie à son troisième lancer?

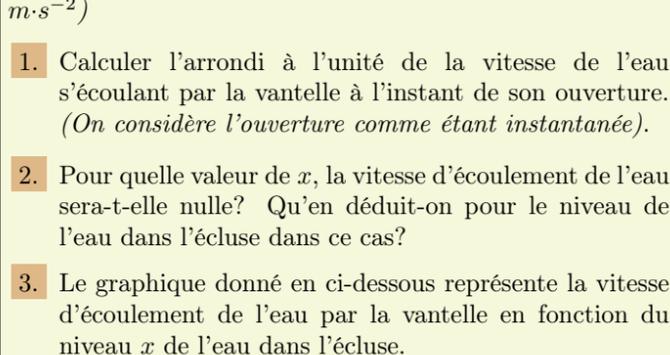
Dans cette question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même sur la copie une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 2 (Amérique du Nord - Juin 2014 - 5 points - 6278)

On étudie plus précisément le remplissage d'une écluse pour faire passer une péniche de l'amont vers l'aval.

Principe : Il s'agit de faire monter le niveau de l'eau dans l'écluse jusqu'au niveau du canal en amont afin que l'on puisse ensuite faire passer la péniche dans l'écluse.

Ensuite, l'écluse se vide et le niveau descend à celui du canal en aval. La péniche peut sortir de l'écluse et poursuivre dans le canal en aval.



Toutes les mesures de longueur sont exprimés en mètres. On notera h la hauteur du niveau de l'eau en amont et x la hauteur du niveau de l'eau dans l'écluse.

Ces hauteurs sont mesurées à partir du radier (*fond*) de l'écluse. (*voir schéma ci-dessus*). Lorsque la péniche se présente à l'écluse, on a :

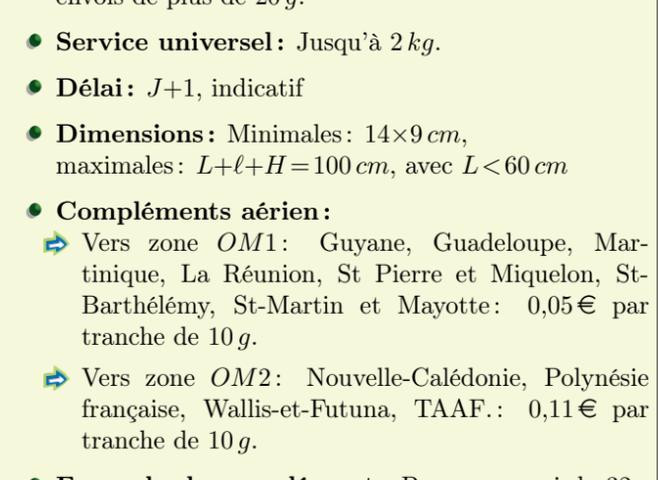
$$h = 4,3 \text{ m} ; \quad x = 1,8 \text{ m}$$

La vitesse de l'eau s'écoulant par la vanne (*vanne*) est donnée par la formule suivante :

$$v = \sqrt{2g(h - x)}$$

où $g = 9,81$ (*accélération en mètre par seconde au carré noté $m \cdot s^{-2}$*)

- Calculer l'arrondi à l'unité de la vitesse de l'eau s'écoulant par la vanne à l'instant de son ouverture. (*On considère l'ouverture comme étant instantanée*).
- Pour quelle valeur de x , la vitesse d'écoulement de l'eau sera-t-elle nulle? Qu'en déduit-on pour le niveau de l'eau dans l'écluse dans ce cas?
- Le graphique donné en ci-dessous représente la vitesse d'écoulement de l'eau par la vanne en fonction du niveau x de l'eau dans l'écluse.



Déterminer, par lecture graphique, la vitesse d'écoulement lorsque la hauteur de l'eau dans l'écluse est de 3,4 m.

Exercice 3 (Amérique du Sud - Novembre 2014 - 5 points - 6280)

Le document ci-dessous indique les tarifs postaux pour un envoi depuis la France métropolitaine d'une lettre ou d'un paquet en mode "lettre prioritaire".

Lettre Prioritaire	service urgente d'envoi de courrier
--------------------	-------------------------------------

- Pour les envois vers :** La France, Monaco, Andorre et secteurs postaux (*armée*). Complément d'affranchissement aérien vers l'Outre-mer pour les envois de plus de 20 g.
- Service universel :** Jusqu'à 2 kg.
- Délai :** J+1, indicatif
- Dimensions :** Minimales : 14×9 cm, maximales : $L + \ell + H = 100 \text{ cm}$, avec $L < 60 \text{ cm}$
- Compléments aérien :**
 - Vers zone OM1 : Guyane, Guadeloupe, Martinique, La Réunion, St Pierre et Miquelon, St-Barthélémy, St-Martin et Mayotte : 0,05 € par tranche de 10 g.
 - Vers zone OM2 : Nouvelle-Calédonie, Polynésie française, Wallis-et-Futuna, TAAF. : 0,11 € par tranche de 10 g.
- Exemple de complément :** Pour un envoi de 32 g vers la Guadeloupe : $1,10 \text{ €} + 4 \times 0,05 \text{ €} = 1,3 \text{ €}$

Ces tarifs sont fonction du poids de la lettre.

Poids jusqu'à	Tarifs nets €
20	0,66 €
50	1,10 €
100	1,65 €
250	2,65 €
500	3,55 €
1 kg	4,65 €
2 kg	6,00 €
3 kg	7,00 €

- Expliquer pourquoi le coût d'un envoi vers la France Métropolitaine, en "lettre prioritaire", d'une lettre de 75 g est de 1,65 €.
- Montrer que le coût d'un envoi à Mayotte, en "lettre prioritaire", d'une lettre de 109 g est de 3,20 €.

Dans la question ci-dessous, il sera tenu compte de toute trace de réponse même incomplète dans l'évaluation.

- Au moment de poster son courrier à destination de Wallis-et-Futuna, Loïc s'aperçoit qu'il a oublié sa carte de crédit et qu'il ne lui reste que 6,76 € dans son portefeuille. Il avait l'intention d'envoyer un paquet de 272 g, en "lettre prioritaire". Peut-il payer le montant correspondant?

- Le paquet a les dimensions suivantes : $L = 55 \text{ cm} ; \ell = 30 \text{ cm} ; h = 20 \text{ cm}$. Le guichetier de l'agence postale le refuse. Pourquoi?

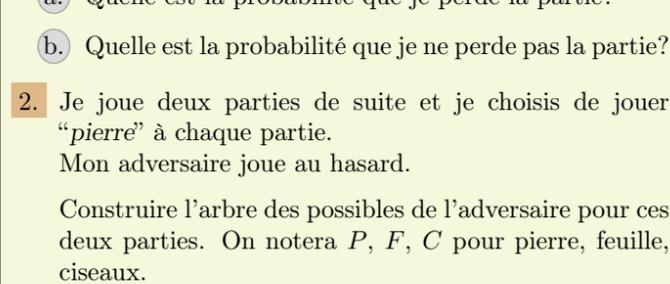
Exercice 4 (Asie - Juin 2014 - 7 points - 6284)

Dans cet exercice, toute trace de recherche même non aboutie sera prise en compte dans l'évaluation.

Les gérants d'un centre commercial ont construit un parking souterrain et souhaitent installer un trottoir roulant pour accéder de ce parking au centre commercial.

Les personnes empruntant ce trottoir roulant ne doivent pas mettre plus de 1 minute pour accéder au centre commercial.

La situation est présentée par le schéma ci-dessous.



Caractéristiques du trottoir roulant :

Modèle 1 :	Modèle 2 :
<ul style="list-style-type: none"> Angle d'inclinaison maximum avec l'horizontale : 12°. Vitesse : $0,5 \text{ m/s}$. 	<ul style="list-style-type: none"> Angle d'inclinaison maximum avec l'horizontale : 6°. Vitesse : $0,75 \text{ m/s}$.

Est-ce que l'un de ces deux modèles peut convenir pour équiper ce centre commercial? Justifier.

Exercice 5 (Nouvelle-Calédonie - Décembre 2014 - 5 points - 6285)

Dans le jeu pierre-feuille-ciseaux deux joueurs choisissent en même temps l'un des trois "coups" suivants :

- pierre** en fermant la main ;
- feuille** en tendant la main ;
- ciseaux** en écartant deux doigts.

Voici les règles du jeu :

- La **pierre** vaut les **ciseaux** (*en les cassant*) ;
- Les **ciseaux** battent la **feuille** (*en la coupant*) ;
- La **feuille** bat la **pierre** (*en l'enveloppant*) ;
- Il y a match nul si les deux joueurs choisissent le même coup (*par exemple si chaque joueur choisit "feuille"*).

- Je joue une partie face à un adversaire qui joue au hasard et je choisis de jouer "pierre".

- Quelle est la probabilité que je perde la partie?
- Quelle est la probabilité que je ne perde pas la partie?

- Je joue deux parties de suite et je choisis de jouer "pierre" à chaque partie. Mon adversaire joue au hasard.

Construire l'arbre des possibles de l'adversaire pour ces deux parties. On notera P, F, C pour pierre, feuille, ciseaux.

- En déduire :

- La probabilité que je gagne les deux parties.
- La probabilité que je ne perde aucune des deux parties.

Exercice 6 (Nouvelle-Calédonie - Décembre 2014 - 4,5 points - 6286)

Mathilde et Eva se trouvent à la Baie des Citrons. Elles observent un bateau de croisière quitter le port de Nouméa. Mathilde pense qu'il navigue à une vitesse de 20 noeuds. Eva estime qu'il navigue plutôt à 10 noeuds.

Elles décident alors de déterminer cette vitesse mathématiquement.

Sur son téléphone, Mathilde utilise d'abord la fonction chronomètre.

Elle déclenche le chronomètre quand l'avant du navire passe au niveau d'un cocotier et l'arrête quand l'arrière du navire passe au niveau du même cocotier ; il s'écoule 40 secondes. Ensuite, Eva recherche sur Internet les caractéristiques du bateau. Voici ce qu'elle a trouvé :

Caractéristiques techniques :	Longueur : 246 m
	Largeur : 32 m
	Calaison : 6 m
	Mise en service : 1990
Nombre maximum de passagers : 1 596	
Membres d'équipages : 677	

Questions :

- Quelle distance a parcouru le navire en 40 secondes?
- Qui est la plus proche de la vérité, Mathilde ou Eva? Justifier la réponse.

Rappel: Le "noeud" est une unité de vitesse.
Naviguer à 1 noeud signifie parcourir 0,5 mètre en 1 seconde.

Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Exercice 7 (Centres étrangers - Juin 2014 - 6 points - 6300)

Pour préparer son voyage à Marseille, Julien utilise un site Internet pour choisir le meilleur itinéraire. Voici le résultat de sa recherche :

Calculer votre itinéraire

Départ
59 000 Lille France

Arrivée
13 000 Marseille France

59 000 Lille - 13 000 Marseille
Coût : Péage 73,90€
estimé Carburant 89,44€
Temps: 8h 47 dont
 8h 31 sur autoroute

Distance : 1004 km dont
 993 km sur autoroute

- Quelle vitesse moyenne, arrondie au km/h , cet itinéraire prévoit-il pour la portion de trajet sur autoroute?
- Sachant que la sécurité routière préconise au moins une pause de 10 à 20 minutes toutes les deux heures de conduite, quelle doit être la durée minimale que Julien doit prévoir pour son voyage?

3. Pour cette question, faire apparaître sur la copie la démarche utilisée. Toute trace de recherche sera prise en compte lors de l'évaluation même si le travail n'est pas complètement abouti.

Sachant que le réservoir de sa voiture a une capacité de 60 l et qu'un litre d'essence coûte 1,42 €, peut-il faire le trajet avec un seul plein d'essence en se fiant aux données du site internet?

Exercice 8 (Centres étrangers - Juin 2014 - 6 points - 6301)

Il existe différentes unités de mesure de la température : en France on utilise le degré Celsius ($^{\circ}C$), aux Etats-Unis on utilise le degré Fahrenheit ($^{\circ}F$).

Pour passer des degrés Celsius aux degrés Fahrenheit, on multiplie le nombre de départ par 1,8 et on ajoute 32 au résultat.

- Qu'indiquerait un thermomètre en degrés Fahrenheit si on le plonge dans une casserole d'eau qui gèle? On rappelle que l'eau gèle à $0^{\circ}C$.
- Qu'indiquerait un thermomètre Celsius si on le plonge dans une casserole d'eau portée à $212^{\circ}F$? Que se passe-t-il?

- Si l'on note x la température en degré Celsius et $f(x)$ la température en degré Fahrenheit, exprimer $f(x)$ en fonction de x .
- Comment nomme-t-on ce type de fonction?
- Quelle est l'image de 5 par la fonction f ?
- Quel est l'antécédent de 5 par la fonction f ?
- Traduire en terme de conversion de température la relation $f(10) = 50$.

Exercice 9 (Métropole - Septembre 2014 - 8 points - 6304)

Pour préparer un séjour d'une semaine à Naples, un couple habitant Nantes a constaté que le tarif des billets d'avion aller-retour Nantes-Naples était beaucoup plus élevé que celui des billets Paris-Naples. Il étudie donc quel serait le coût d'un trajet aller-retour Nantes-Paris pour savoir s'il doit effectuer son voyage en avion à partir de Nantes ou à partir de Paris.

Voici les informations que le couple a relevées :

Information 1 : Prix et horaires des billets d'avion.

<i>Vol aller-retour au départ de Nantes</i>	
Départ de Nantes le 23/11/2014 :	06h 35
Arrivée à Naples le 23/11/2014 :	09h 50
Départ de Nantes le 30/11/2014 :	12h 50
Arrivée à Naples le 30/11/2014 :	16h 25
Prix par personne du vol aller-retour :	530 €

<i>Vol aller-retour au départ de Paris</i>	
Départ de Paris le 23/11/2014 :	11h 55
Arrivée à Naples le 23/11/2014 :	14h 10
Départ de Paris le 30/11/2014 :	13h 10
Arrivée à Naples le 30/11/2014 :	15h 30
Prix par personne du vol aller-retour :	350 €

Les passagers doivent être présents 2 heures avant le décollage pour procéder à l'embarquement.

Information 2 : Prix et horaires des trains pour un passage

<i>Trajet Nantes - Paris (Aéroport)</i>	<i>Trajet Paris (Aéroport) - Nantes</i>
23 Novembre	30 Novembre
Départ : 06h 22	Départ : 18h 20
Prix : 51,00 €	Prix : 42,00 €
Durée : 03h 16 direct	Durée : 03h 19 direct
Voyagez avec : TGV	Voyagez avec : TGV

Information 3 : Trajet en voiture
 Consommation moyenne : 6 litres aux 100 km
 Péage Nantes-Paris : 35,90 €
 Distance domicile-aéroport de Paris : 409 km
 Carburant : 1,30 € par litre
 Temps estimé : 4h 24min

Information 4 : Parking de l'aéroport de Paris

Tarif : 58 € pour une semaine.

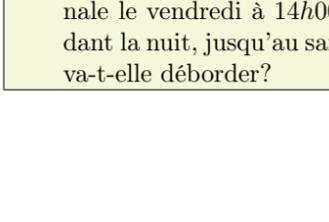
- Expliquer pourquoi la différence entre les prix des 2 billets d'avion s'élève à 360 € pour ce couple.
- Si le couple prend la voiture pour aller à l'aéroport de Paris :
 - Déterminer l'heure avant laquelle il doit partir de Nantes.
 - Montrer que le coût du carburant pour cet aller est de 31,90 €.
- Quelle est l'organisation de voyage la plus économique?

Exercice 10 (Polynésie - Juin 2014 - 8 points - 6309)

Une famille de quatre personnes hésite entre deux modèles de piscine. Elle regroupe des informations afin de prendre sa décision.

Information 1 : les deux modèles de piscine :

La piscine "ronde"



Hauteur intérieure : 1,20 m
 Vue du dessus : un cercle de rayon 1,70 m

La piscine "octogonale"



Hauteur intérieure : 1,20 m
 Vue du dessus : un polygone régulier de diamètre extérieur 4,40 m.

Information 2

La construction d'une piscine de surface au sol de moins $10 m^2$ ne nécessite aucune démarche administrative.

Information 3

Surface minimale conseillée par baigneur : $3,40 m^2$.

Information 4

Aire d'un octogone régulier : $\mathcal{A}_{\text{octogone}} = 2\sqrt{2} \times R^2$
 où R est le rayon du disque extérieur à l'octogone.

Information 5

Débit du robinet de remplissage : 12 litres d'eau par minute.

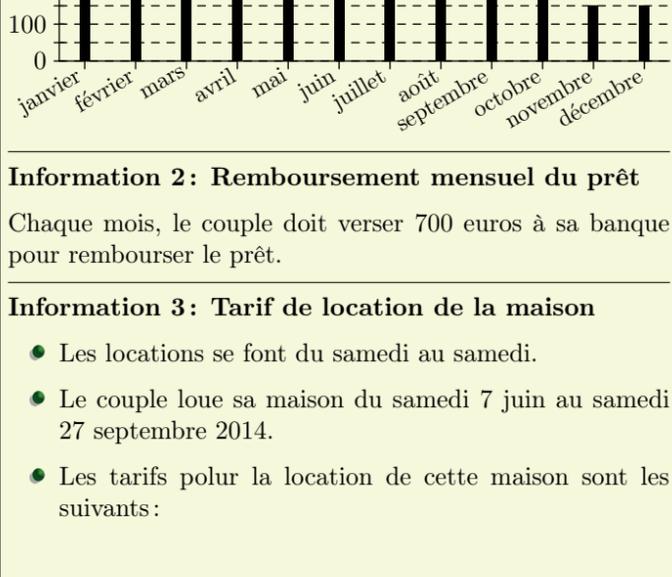
- Chacun des modèles proposés impose-t-il des démarches administratives?
- Les quatre membres de la famille veulent se baigner en même temps. Expliquer pourquoi la famille doit dans ce cas choisir la piscine octogonale.
- On commence le remplissage de cette piscine octogonale le vendredi à 14h00 et on laisse couler l'eau pendant la nuit, jusqu'au samedi matin à 10h00. La piscine va-t-elle déborder?

Exercice 11 (Polynésie - Septembre 2014 - 6 points - 6314)

Un couple a acheté une maison avec piscine en vue de la louer. Pour cet achat, le couple a effectué un prêt auprès de sa banque. Ils louent la maison de juin à septembre et la maison reste inoccupée le reste de l'année.

Information 1 : Dépense liées à cette maison pour l'année 2013

Le diagramme ci-dessous présente, pour chaque mois, le total des dépenses dues aux différentes taxes, aux abonnements (électricité, chauffage, eau, internet), au remplissage et au chauffage de la piscine.



Information 2 : Remboursement mensuel du prêt

Chaque mois, le couple doit verser 700 euros à sa banque pour rembourser le prêt.

Information 3 : Tarif de location de la maison

- Les locations se font du samedi au samedi.
- Le couple loue sa maison du samedi 7 juin au samedi 27 septembre 2014.
- Les tarifs pour la location de cette maison sont les suivants :

Début	Fin	Nombre de semaines	Prix de la location
07/06/2014	05/07/2014	4 semaines	750 euros par semaine
05/07/2014	23/08/2014	7 semaines	... euros par semaine
25/08/2014	27/09/2014	5 semaines	750 euros par semaine

Pour l'année 2014, avec l'augmentation des différents tarifs et taxes, le couple prévoit que le montant des dépenses liées à la maison sera 6% plus élevé que celui pour 2013.

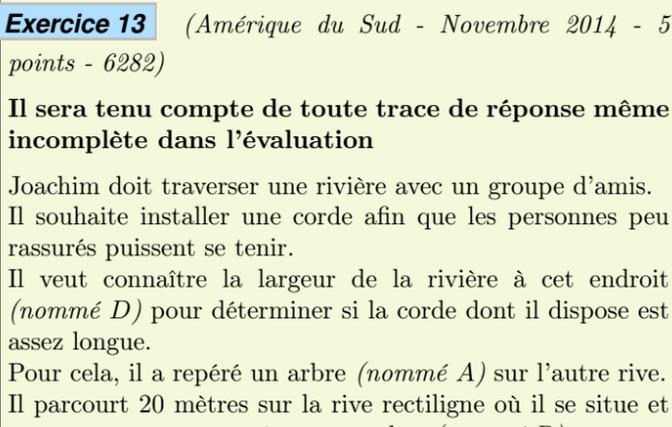
Expliquer pourquoi le total des dépenses liées à la maison s'élèvera à 4505€ en 2014.

On suppose que le couple arrive à louer sa maison durant toutes les semaines de la période de location. A quel tarif minimal (arrondi à la dizaine d'euros) doit-il louer sa maison entre le 5/07 et 23/08 pour couvrir les frais engendrés par la maison sur toute l'année 2014?

B. Problème ouvert :

Exercice 12 (Amérique du Nord - Juin 2014 - 5 points - 6279)

Certaines écluses ont des portes dites "busquées" qui forment un angle pointé vers l'amont de manière à résister à la pression de l'eau.



En vous appuyant sur le schéma ci-dessus, déterminer la longueur des portes au cm près.

Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 13 (Amérique du Sud - Novembre 2014 - 5 points - 6282)

Il sera tenu compte de toute trace de réponse même incomplète dans l'évaluation

Joachim doit traverser une rivière avec un groupe d'amis. Il souhaite installer une corde afin que les personnes peu rassurés puissent se tenir.

Il veut connaître la largeur de la rivière à cet endroit (nommé D) pour déterminer si la corde dont il dispose est assez longue.

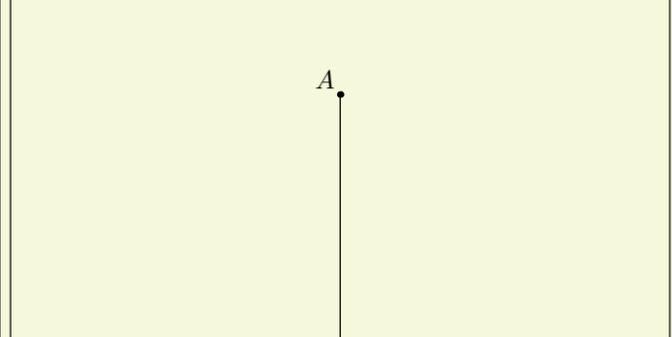
Pour cela, il a repéré un arbre (nommé A) sur l'autre rive. Il parcourt 20 mètres sur la rive rectiligne où il se situe et trouve un nouveau repère : un rocher (nommé R).

Ensuite, il poursuit sur 12 mètres et s'éloigne alors de la rivière, à angle droit, jusqu'à ce que le rocher soit aligné avec l'arbre depuis son point d'observation (nommé B).

Il parcourt pour cela 15m.

Il est alors satisfait : sa corde d'une longueur de 30 mètres est assez longue pour qu'il puisse l'installer entre les points D et A.

A l'aide de la figure, confirmer sa décision.



La figure n'est pas à l'échelle

Exercice 14 (Asie - Juin 2014 - 3 points - 6283)

On laisse tomber une balle d'une hauteur de 1 mètre.

A chaque rebond, elle rebondit des $\frac{3}{4}$ de la hauteur d'où elle est tombée.

Quelle hauteur atteint la balle au cinquième rebond? Arrondir au cm près.

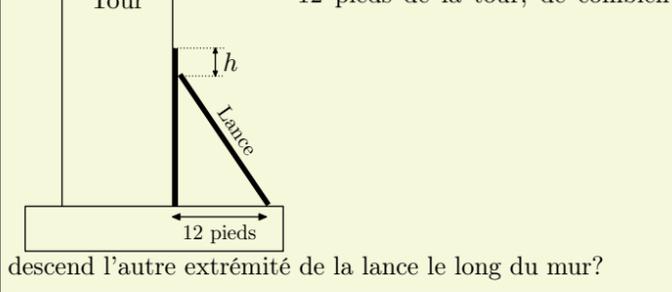
Exercice 15 (Nouvelle-Calédonie - Décembre 2014 - 4 points - 6287)

Les éoliennes sont construites de manière à avoir la même mesure d'angle entre chacune de leurs pales.

1. Une éolienne a trois pales. Quelle est la mesure de l'angle entre deux de ses pales?

2. Pour réduire le bruit provoqué par les éoliennes, il faut augmenter le nombre de pales.

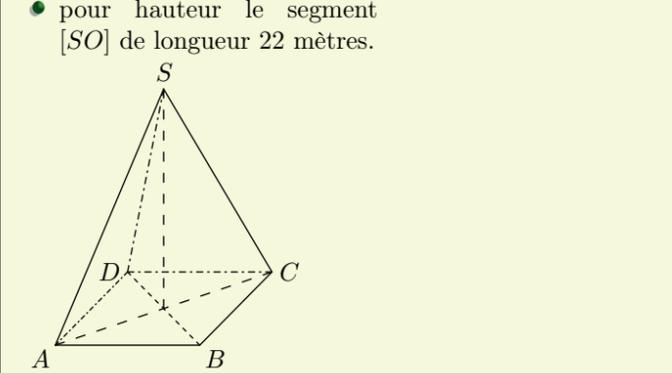
On a représenté ci-dessous le mât d'une éolienne à six pales par le segment [AB]. En prenant le point A pour centre des pales, compléter la construction avec des pales de 5 cm.



3. On estime qu'à 80 m du centre des pales d'une éolienne le niveau sonore est juste suffisant pour que l'on puisse entendre le bruit qu'elle produit.

Un randonneur dont les oreilles sont à 1,80 m du sol se déplace vers une éolienne dont le mât mesure 35 m de haut. Il s'arrête dès qu'il entend le bruit qu'elle produit (voir le schéma ci-dessous).

A quelle distance du mât de l'éolienne (distance BC) se trouve-t-il? Arrondir le résultat à l'unité.



La figure n'est pas à l'échelle

Exercice 16 (Centres étrangers - Juin 2014 - 3 points - 6298)

A Pise vers 1200 après J.C. (problème attribué à Léonard de Pise, dit Fibonacci, mathématicien italien du moyen âge).

Une lance, longue de 20 pieds*, est posée verticalement le long d'une tour considérée comme perpendiculaire au sol. Si on éloigne l'extrémité de la lance qui repose sur le sol de 12 pieds de la tour, de combien descend l'autre extrémité de la lance le long du mur?

* Un pied est une unité de mesure anglo-saxonne valant environ 30 cm

Exercice 17 (Centres étrangers - Juin 2014 - 5 points - 6299)

Paul en visite à Paris admire la Pyramide, réalisée en verre feuilleté au centre de la cour intérieure du Louvre. Cette pyramide régulière a :

- pour base un carré ABCD de côté 35 mètres ;
- pour hauteur le segment [SO] de longueur 22 mètres.

Paul a tellement apprécié cette pyramide qu'il achète comme souvenir de sa visite une lampe à huile dont le réservoir en verre est une réduction à l'échelle $\frac{1}{500}$ de la vraie pyramide.

Le mode d'emploi de la lampe précise que, une fois allumée, elle brûle 4 cm^3 d'huile par heure.

Au bout de combien de temps ne restera-t-il plus d'huile dans le réservoir? Arrondir à l'unité d'heures.

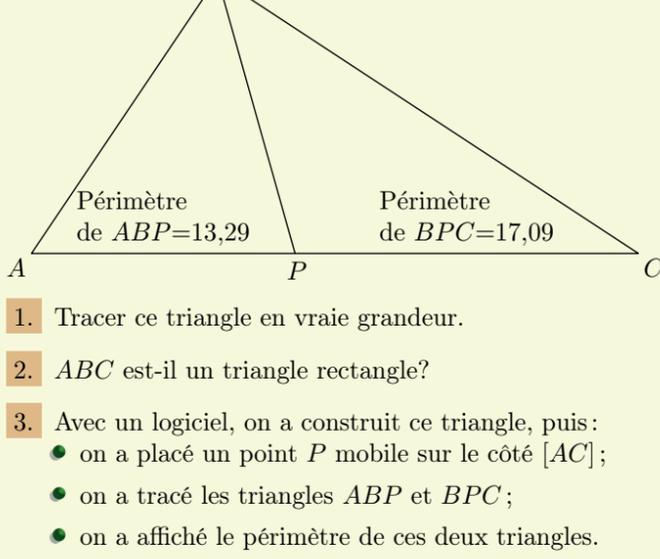
Rappel: Volume d'une pyramide = un tiers du produit de l'aire de la base par la hauteur.

Faire apparaître sur la copie la démarche utilisée. Toute trace de recherche sera prise en compte lors de l'évaluation même si le travail n'est pas complètement abouti.

Exercice 18 (Polynésie - Septembre 2014 - 6 points - 6312)

ABC est un triangle tel que :

$$AB = 5 \text{ cm} ; BC = 7,6 \text{ cm} ; AC = 9,2 \text{ cm}$$



- Tracer ce triangle en vraie grandeur.
- ABC est-il un triangle rectangle?
- Avec un logiciel, on a construit ce triangle, puis :
 - on a placé un point P mobile sur le côté $[AC]$;
 - on a tracé les triangles ABP et BPC ;
 - on a affiché le périmètre de ces deux triangles.
 - On déplace le point P sur le segment $[AC]$. Où faut-il le placer pour que la distance BP soit la plus petite possible?
 - On place maintenant le point P à 5 cm de A . Lequel des triangles ABP et BPC a le plus grand périmètre?
 - On déplace à nouveau le point P sur le segment $[AC]$. Où faut-il le placer pour que les deux triangles ABP et BPC aient le même périmètre?

C. Tableur :

Exercice 19 (Pondichéry - Avril 2014 - 3 points - 6315)

“Je prends un nombre entier, je lui ajoute 3 et je multiplie le résultat par 7. J’ajoute le triple du nombre de départ au résultat et j’enlève 21. J’obtiens toujours un multiple de 10.”

Est-ce vrai? Justifier.
Si le travail n’est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans l’évaluation.

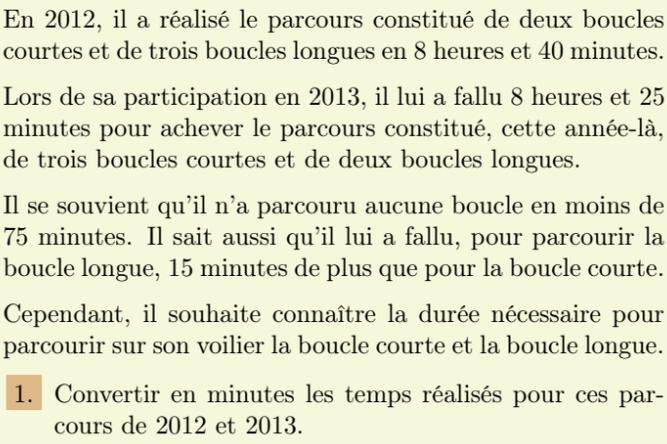
Exercice 20 (Nouvelle-Calédonie - Décembre 2014 - 5 points - 6288)

A l’aide du tableur, on a réalisé les tableaux de valeurs de deux fonctions dont les expressions sont :

$$f(x) = 2x ; g(x) = -2x + 8$$

B2	f_x	\sum	=	$=2 \times B1$		
	A	B	C	D	E	F
1	Valeur de x	0	1	2	3	4
2	Image de x	0	2	4	6	8
3						
4	Valeur de x	0	0,5	1	2	4
5	Image de x	8	7	6	4	0

- Quelle est la fonction (f ou g) qui correspond à la formule saisie dans la cellule B2?
- Quelle formule a été saisie en cellule B5?
- Laquelle des fonctions f ou g est représenté dans le repère ci-dessous?



- Tracer la représentation graphique de la deuxième fonction dans le repère ci-dessous.
- Donner, en justifiant, la solution de l’équation : $2x = -2x + 8$

Exercice 21 (Amérique du Sud - Novembre 2014 - 5 points - 6281)

L’oncle de Pauline participe régulièrement à une régates (*course de voiliers*) organisée tous les ans sur le même plan d’eau.
En 2012, il a réalisé le parcours constitué de deux boucles courtes et de trois boucles longues en 8 heures et 40 minutes.
Lors de sa participation en 2013, il lui a fallu 8 heures et 25 minutes pour achever le parcours constitué, cette année-là, de trois boucles courtes et de deux boucles longues.

Il se souvient qu’il n’a parcouru aucune boucle en moins de 75 minutes. Il sait aussi qu’il lui a fallu, pour parcourir la boucle longue, 15 minutes de plus que pour la boucle courte.
Cependant, il souhaite connaître la durée nécessaire pour parcourir sur son voilier la boucle courte et la boucle longue.

- Convertir en minutes les temps réalisés pour ces parcours de 2012 et 2013.
- Pauline a décidé, en utilisant un tableur, d’aider son oncle à déterminer les durées pour la boucle courte ainsi que pour la boucle longue.

Une copie de l’écran obtenu est donnée ci-dessous :

	A	B	C	D	E	F	G
1	x	75	80	85	90	95	100
2							
3							
4							
5							

Elle a noté x la durée en minutes pour la boucle courte.

- Quelle formule permettant d’obtenir la durée en minutes nécessaire au parcours de la boucle longue va-t-elle saisir dans la cellule B2?
- Elle va saisir dans la cellule B3 la formule “ $=2*B1+3*B2$ ”. Que permet de calculer cette formule?
- Quelle formule va-t-elle saisir dans la cellule B4 pour calculer le temps de parcours lors de sa participation en 2013?

Elle a ensuite recopié vers la droite les formules saisies en B2, B3 et B4 et obtenu l’écran suivant :

	A	B	C	D	E	F	G
1	x	75	80	85	90	95	100
2		90	95	100	105	110	115
3		420	445	470	495	520	545
4		405	430	455	480	505	530
5							

- Si elle saisit le nombre 105 dans la cellule H1, quelles valeurs obtiendra-t-ell dans les cellules H2, H3 et H4?
- A l’aide de la copie de l’écran obtenu avec le tableur, préciser les durées nécessaires à son oncle pour parcourir la boucle courte ainsi que pour parcourir la boucle longue.

Exercice 22 (Centres étrangers - Juin 2014 - 6 points - 6297)

Voici une feuille de calcul obtenue à l’aide d’un tableur.
Dans cet exercice, on cherche à comprendre comment cette feuille a été remplie.

- En observant les valeurs du tableau, proposer une formule à entrer dans la cellule C1, puis à recopier vers le bas.
- Dans cette question, on laissera sur la copie toutes les traces de recherche. Elles seront valorisées.**

	A	B	C
1	216	126	90
2	126	90	36
3	90	36	54
4	54	36	18
5	36	18	18
6	18	18	0

Le tableur fournit deux fonctions MAX et MIN. A partir de deux nombres, MAX renvoie la valeur la plus grande et MIN la plus petite. (exemple MAX(23 ; 12)=23).

Quelle formule a été entrée dans la cellule A2, puis recopiée vers le bas?

- Que représente le nombre figurant dans la cellule C5, par rapport aux nombres 216 et 126?
- La fraction $\frac{216}{126}$ est-elle irréductible? Si ce n’est pas le cas, la rendre irréductible en détaillant les calculs.

Exercice 23 (Métropole - Septembre 2014 - 6 points - 6303)

Léa pense qu’en multipliant deux entiers impairs consécutifs (*c’est-à-dire qui se suivent*) et en ajoutant 1, le résultat obtenu est toujours un multiple de 4

- Etude d’un exemple :** 5 et 7 sont deux entiers impairs consécutifs.
 - Calculer : $5 \times 7 + 1$.
 - Léa a-t-elle raison pour cet exemple?

Le tableau ci-dessous montre le travail qu’elle a réalisé dans une feuille de calcul.

	A	B	C	D	E
1		Entier impair	Entier impair suivant	Produit de ces entiers impairs consécutifs	Résultat obtenu
2	x	$2x+1$	$2x+3$	$(2x+1)(2x+3)$	$(2x+1)(2x+3)+1$
3	0	1	3	3	4
4	1	3	5	15	16
5	2	5	7	35	36
6	3	7	9	63	64
7	4	9	11	99	100
8	5	11	13	143	144
9	6	13	15	195	196
10	7	15	17	255	256
11	8	17	19	323	324
12	9	19	21	399	400

- D’après ce tableau, quel résultat obtient-on en prenant comme premier entier impair 17?
- Montrer que cet entier est un multiple de 4.
- Parmi les quatre formules de calcul tableur suivantes, deux formules ont pu être saisies dans la cellule D3. Lesquelles? Aucune justification n’est attendue.
 - Formule 1 : $= (2*A3+1)*(2*A3+3)$
 - Formule 2 : $= (2*B3+1)*(2*C3+3)$
 - Formule 3 : $= B3*C3$
 - Formule 4 : $= (2*D3+1)*(2*D3+3)$

Etude algébrique :

- Développer et réduire l’expression : $(2x + 1)(2x + 3) + 1$
- Montrer que Léa avait raison : le résultat obtenu est toujours un multiple de 4.

Exercice 24 (Polynésie - Juin 2014 - 6 points - 6307)

La copie d'écran ci-dessous montre le travail effectué par Léa pour étudier trois fonctions f , g et h telles que :

- $f(x) = x^2 + 3x - 7$
- $g(x) = 4x + 5$
- h est une fonction affine dont Léa a oublié d'écrire l'expression dans la cellule A4.

	A	B	C	D	E	F
1	x	-2	0	2	4	6
2	$f(x) = x^2 + 3x - 7$	-9	-7	3	21	47
3	$g(x) = 4x + 5$	-3	5	13	21	29
4	$h(x)$	9	5	1	-3	-7

1. Donner un nombre qui a pour image -7 par la fonction f .
2. Vérifier à l'aide d'un calcul détaillé que : $f(6) = 47$.
3. Expliquer pourquoi le tableau permet de donner une solution de l'équation :

$$x^2 + 3x - 7 = 4x + 5$$
 Quelle est cette solution?
4. A l'aide du tableau, retrouver l'expression algébrique $h(x)$ de la fonction affine h .

Exercice 25 (Polynésie - Juin 2014 - 4 points - 6308)

Les appareils de la maison consomment de l'énergie même quand ils sont en veille. La feuille de calcul ci-dessous donne la consommation en kilowattheures (kWh) des appareils en veille d'une famille pour une année et les dépenses correspondantes en euros :

	A	B	C	D	E
1	Appareil	Nombre d'appareils	Consommation en veille par an pour un appareil (en kWh)	Prix du kilowatt-heure (en euro)	Dépense (en euro)
2	Téléviseur	3	77	0,13	30,03
3	Ordinateur	1	209	0,13	27,17
4	Parabole	2	131	0,13	34,06
5	Four	1	86	0,13	11,18
6	Démoteur satellite	3	59	0,13	23,01
7	Lecteur DVD	2	58	0,13	15,08
8	Machine à laver	1	51	0,13	6,63
9	Console de jeu	1	42	0,13	5,46
10	Four à micro-ondes	1	25	0,13	3,25
11	Téléphone sans fil	1	25	0,13	3,25
12	Lave-vaisselle	1	17	0,13	2,21
13	Chargeur batterie	4	13	0,13	6,76
14			Dépense Totale		168,09

Données extraites du site de l'ADEME

1.
 - a. Quel calcul permet de vérifier le résultat 34,06 affiché dans la cellule E4?
 - b. Quelle formule a-t-on saisie dans la cellule E2 avant de la recopier vers le bas?
 - c. Une des quatre formules ci-dessous a été saisie dans la cellule E14 pour obtenir le montant total des dépenses dues aux veilles. Recopier sur la copie cette formule.
 - =SOMME(E2:E13)
 - =E2:E13
 - =E2+E13
 - =SOMME(E2:E14)
2. Dans une pièce de cette maison, les appareils suivants sont en veille sont :
 - un téléviseur
 - une console de jeu
 - un ordinateur
 - un lecteur DVD

La consommation de l'ordinateur représente-t-elle plus de la moitié de la consommation totale des appareils de cette pièce?

Exercice 26 (Polynésie - Septembre 2014 - 5 points - 6313)

On considère ces deux programmes de calcul :

Programme A :

Choisir un nombre.
Soustraire 0,5.
Multiplier le résultat par le double du nombre choisi au départ.

Programme B :

Choisir un nombre.
Calculer son carré.
Multiplier le résultat par 2.
Soustraire à ce nouveau résultat le nombre choisi au départ.

1.
 - a. Montrer que si on applique le programme A au nombre 10, le résultat est 190.
 - b. Appliquer le programme B au nombre 10.
2. On a utilisé un tableur pour calculer des résultats de ces deux programmes. Voici ce qu'on a obtenu :

	A	B	C
1	Nombre choisi	Programme A	Programme B
2	1	1	1
3	2	6	6
4	3	15	15
5	4	28	28
6	5	45	45
7	6	66	66

1.
 - a. Quelle formule a-t-on saisie dans la cellule C2 puis recopiée vers le bas?
 - b. Quelle conjecture peut-on faire à la lecture de ce tableau?
 - c. Prouver cette conjecture.
3. Quels sont les deux nombres à choisir au départ pour obtenir 0 à l'issue de ces programmes?

D. Autres annales :**Exercice 27** (Polynésie - Juin 2014 - 4 points - 6306)

On place des boules toutes indiscernables au toucher dans un sac. Sur chaque boule colorée est inscrite une lettre. Le tableau suivant présente la répartition des boules :

Couleur \ Lettre	Rouge	Vert	Bleu
A	3	5	2
B	2	2	6

1. Combien y a-t-il de boules dans le sac?
2. On tire une boule au hasard, on note sa couleur et sa lettre.
 - a. Vérifier qu'il y a une chance sur dix de tirer une boule bleue portant la lettre A.
 - b. Quelle est la probabilité de tirer une boule rouge?
 - c. A-t-on autant de chance de tirer une boule portant la lettre A que de tirer une boule portant la lettre B?

Exercice 28 (Polynésie - Septembre 2014 - 4 points - 6310)

Pour choisir un écran de télévision, d'ordinateur ou une tablette tactile, on peut s'intéresser :

- à son format qui est le rapport de la longueur de l'écran par la largeur de l'écran ;
- à sa diagonale qui se mesure en pouces. Un pouce est égal à 2,54 cm.

1. Un écran de télévision a une longueur de 80 cm et une largeur de 45 cm. S'agit-il d'un écran de format $\frac{4}{3}$ ou $\frac{16}{9}$?
2. Un écran est vendu avec la mention "15 pouces". On prend les mesures suivantes : la longueur est 30,5 cm et la largeur est 22,9 cm. La mention "15 pouces" est-elle bien adaptée à cet écran?
3. Une tablette tactile a un écran de diagonale 7 pouces et de format $\frac{4}{3}$. Sa longueur étant égale à 14,3 cm, calculer sa largeur, arrondie au mm près.

Exercice 29 (Polynésie - Septembre 2014 - 4 points - 6311)

1. Une bouteille opaque contient 20 billes dont les couleurs peuvent être différentes. Chaque bille a une seule couleur. En retournant la bouteille, on fait apparaître au goulot une seule bille à la fois. La bille ne peut pas sortir de la bouteille.

Des élèves de troisième cherchent à déterminer les couleurs des billes contenues dans la bouteille et leur effectif. Ils retournent la bouteille 40 fois et obtiennent le tableau suivant :

Couleur apparue	rouge	bleue	verte
Nombre d'apparitions de la couleur	18	8	14

Ces résultats permettent-ils d'affirmer que la bouteille contient exactement 9 billes rouges, 4 billes bleues et 7 billes vertes?

2. Une seconde bouteille opaque contient 24 billes qui sont soit bleues, soit rouges, soit vertes. On sait que la probabilité de faire apparaître une bille verte en retournant la bouteille est égale à $\frac{3}{8}$ et la probabilité de faire apparaître une bille bleue est égale à $\frac{1}{2}$. Combien de billes rouges contient la bouteille?