Exercice 1

Considérons la fonction f définie par : $f(x)=x^2+3\cdot x-1$

Démontrons que : $\dfrac{f(4+h)-f(4)}{h}=h+11$

$$\frac{f(4+h)-f(4)}{h}$$
$$=\frac{\big[(4+h)^2+3\cdot(4+h)-1\big]-\big(4^2+3\times4-1\big)}{h}$$
$$=\frac{16+8\cdot h+h^2+12+3\cdot h-1-16-12+1}{h}$$
$$=\frac{11\cdot h+h^2}{h}=\frac{h\cdot(h+11)}{h}=h+11$$

Démontrer que : $\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}=h+5$

Exercice 2

Considérons la fonction f définie par : $f(x)=\dfrac{2}{x+1}$

Démontrons que : $\dfrac{f(2+h)-f(2)}{h}=-\dfrac{2}{3\cdot h+9}$

$$\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=\frac{\dfrac{2}{(2+h)+1}-\dfrac{2}{2+1}}{h}=\frac{\dfrac{2}{3+h}-\dfrac{2}{3}}{h}$$
$$=\frac{\dfrac{3\times2}{3\cdot(3+h)}-\dfrac{2\times(3+h)}{3\cdot(3+h)}}{h}=\frac{\dfrac{6-2\times(3+h)}{3\cdot(3+h)}}{h}$$
$$=\frac{\dfrac{6-6-2\cdot h}{3\cdot(3+h)}}{h}=\frac{\dfrac{-2\cdot h}{3\cdot(3+h)}}{h}=\frac{-2\cdot h}{3\cdot(3+h)}\times\frac{1}{h}$$
$$=\frac{-2}{3\cdot(3+h)}=-\frac{2}{3\cdot h+9}$$

Démontrer que : $\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}=\dfrac{-1}{h+2}$

Exercice 3

Considérons la fonction f définie par : $f(x)=\sqrt{2\cdot x+3}$

Démontrons que : $\dfrac{f(2+h)-f(2)}{h}=\dfrac{2}{\sqrt{2\cdot h+7}+\sqrt{7}}$

$$\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=\frac{\sqrt{2\cdot(2+h)+3}-\sqrt{2\times2+3}}{h}$$
$$=\frac{\sqrt{4+2\cdot h+3}-\sqrt{7}}{h}=\frac{\sqrt{2\cdot h+7}-\sqrt{7}}{h}$$

Le facteur $\sqrt{2\cdot h+7}+\sqrt{7}$ est non-nul :

$$=\frac{\big(\sqrt{2\cdot h+7}-\sqrt{7}\big)\big(\sqrt{2\cdot h+7}+\sqrt{7}\big)}{h\cdot\big(\sqrt{2\cdot h+7}+\sqrt{7}\big)}$$
$$=\frac{\big(\sqrt{2\cdot h+7}\big)^2-\big(\sqrt{7}\big)^2}{h\cdot\big(\sqrt{2\cdot h+7}+\sqrt{7}\big)}=\frac{(2\cdot h+7)-7}{h\cdot\big(\sqrt{2\cdot h+7}+\sqrt{7}\big)}$$
$$=\frac{2\cdot h}{h\cdot\big(\sqrt{2\cdot h+7}+\sqrt{7}\big)}=\frac{2}{\sqrt{2\cdot h+7}+\sqrt{7}}$$

Démontrer que : $\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}=\dfrac{2}{\sqrt{2\cdot h+5}+\sqrt{5}}$

Exercice 1

Considérons la fonction f définie par : $f(x)=x^2+3\cdot x-1$

Démontrons que : $\dfrac{f(4+h)-f(4)}{h}=h+11$

$$\frac{f(4+h)-f(4)}{h}$$
$$=\frac{\big[(4+h)^2+3\cdot(4+h)-1\big]-\big(4^2+3\times4-1\big)}{h}$$
$$=\frac{16+8\cdot h+h^2+12+3\cdot h-1-16-12+1}{h}$$
$$=\frac{11\cdot h+h^2}{h}=\frac{h\cdot(h+11)}{h}=h+11$$

Démontrer que : $\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}=h+5$

Exercice 2

Considérons la fonction f définie par : $f(x)=\dfrac{2}{x+1}$

Démontrons que : $\dfrac{f(2+h)-f(2)}{h}=-\dfrac{2}{3\cdot h+9}$

$$\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=\frac{\dfrac{2}{(2+h)+1}-\dfrac{2}{2+1}}{h}=\frac{\dfrac{2}{3+h}-\dfrac{2}{3}}{h}$$
$$=\frac{\dfrac{3\times2}{3\cdot(3+h)}-\dfrac{2\times(3+h)}{3\cdot(3+h)}}{h}=\frac{\dfrac{6-2\times(3+h)}{3\cdot(3+h)}}{h}$$
$$=\frac{\dfrac{6-6-2\cdot h}{3\cdot(3+h)}}{h}=\frac{\dfrac{-2\cdot h}{3\cdot(3+h)}}{h}=\frac{-2\cdot h}{3\cdot(3+h)}\times\frac{1}{h}$$
$$=\frac{-2}{3\cdot(3+h)}=-\frac{2}{3\cdot h+9}$$

Démontrer que : $\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}=\dfrac{-1}{h+2}$

Exercice 3

Considérons la fonction f définie par : $f(x)=\sqrt{2\cdot x+3}$

Démontrons que : $\dfrac{f(2+h)-f(2)}{h}=\dfrac{2}{\sqrt{2\cdot h+7}+\sqrt{7}}$

$$\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=\frac{\sqrt{2\cdot(2+h)+3}-\sqrt{2\times2+3}}{h}$$
$$=\frac{\sqrt{4+2\cdot h+3}-\sqrt{7}}{h}=\frac{\sqrt{2\cdot h+7}-\sqrt{7}}{h}$$

Le facteur $\sqrt{2\cdot h+7}+\sqrt{7}$ est non-nul :

$$=\frac{\big(\sqrt{2\cdot h+7}-\sqrt{7}\big)\big(\sqrt{2\cdot h+7}+\sqrt{7}\big)}{h\cdot\big(\sqrt{2\cdot h+7}+\sqrt{7}\big)}$$
$$=\frac{\big(\sqrt{2\cdot h+7}\big)^2-\big(\sqrt{7}\big)^2}{h\cdot\big(\sqrt{2\cdot h+7}+\sqrt{7}\big)}=\frac{(2\cdot h+7)-7}{h\cdot\big(\sqrt{2\cdot h+7}+\sqrt{7}\big)}$$
$$=\frac{2\cdot h}{h\cdot\big(\sqrt{2\cdot h+7}+\sqrt{7}\big)}=\frac{2}{\sqrt{2\cdot h+7}+\sqrt{7}}$$

Démontrer que : $\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}=\dfrac{2}{\sqrt{2\cdot h+5}+\sqrt{5}}$

