Proposition :

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$ orthonormé, on considère le cercle $\mathscr{C}$ de diamètre $[AB]$ où $A(x_A\,;y_A)$ et $B(x_B\,;y_B)$.
L'ensemble des points $M(x\,;y)$ du cercle $\mathscr{C}$ vérifie l'équation cartésienne :

$$x^2+y^2+\big(\text{-}x_A\text{-}x_B\big)\cdot x+\big(\text{-}y_A\text{-}y_B\big)\cdot y+\big(x_A\cdot x_B+y_A\cdot y_B\big)=0$$

Preuve :

Considérons le cercle $\mathscr{C}$ de diamètre $[AB]$ où $A(x_A\,;y_A)$ et $B(x_B\,;y_B)$.
Tout point M du cercle $\mathscr{C}$ vérifie la relation :

$$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BM}=0$$

$$\big(x-x_A\big)\cdot\big(x-x_B\big)+\big(y-y_A\big)\cdot\big(y-y_B\big)=0$$

$$x^2-x_B\cdot x-x_A\cdot x+x_A\cdot x_B+y^2-y_A\cdot y-y_B\cdot y+y_A\cdot y_B=0$$

$$x^2+y^2+\big(-x_B+x_A\big)\cdot x+\big(-y_A-y_B\big)\cdot y+\big(x_A\cdot x_B+y_A\cdot y_B\big)=0$$