**Proposition :**

Dans un triangle $ABC$, on a les relations suivantes :

- $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2\times AC\times BC\times \cos\widehat{ACB}$
- $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2\times AB\times BC\times \cos\widehat{ABC}$
- $BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2\times AC\times AB\times \cos\widehat{BAC}$

**Preuve :**

Démontrons l'identité :

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2\times AC\times BC\times \cos\widehat{ACB}$$

Les propriétés du produit scalaire permettent d'obtenir les transformations suivantes :

$$AB^2 = \overrightarrow{AB}^2 = \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB}$$

D'après la relation de Chasles :

$$= \left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}\right)\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}\right)$$

En utilisant la double distributivié :

$$= \overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CB}\cdot\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}\cdot\overrightarrow{CB}$$

$$= \overrightarrow{AC}^2+\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CB}^2$$

$$= AC^2+2\times\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{CB}+CB^2$$

$$= AC^2+2\times\left(-\overrightarrow{CA}\right)\cdot\overrightarrow{CB}+CB^2$$

$$= AC^2+CB^2-2\times\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$$

L'expression du produit scalaire permet d'obtenir :

$$= AC^2+CB^2-2\cdot CA\times CB\times\cos\widehat{ACB}$$