

Exercice 1

Le tapis de Sierpinski (1916) du nom de son créateur polonais, est construit par une succession d'étapes définies par :

A chaque carré blanc, on le subdivise en 9 carrés identiques en partageant ses côtés en trois segments de même longueur et on colorie en noir le carré central

Voici les six premières étapes de cette construction :

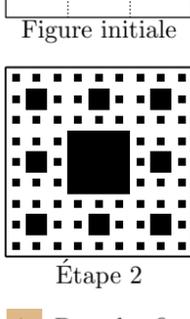
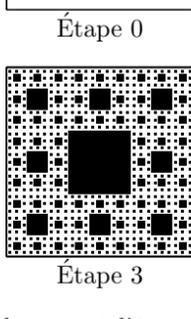
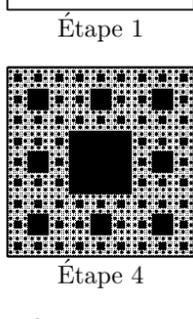


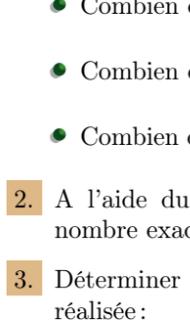
Figure initiale



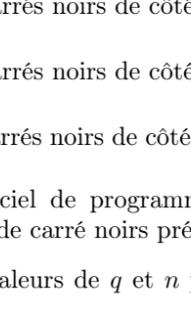
Étape 0



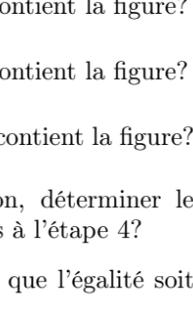
Étape 1



Étape 2



Étape 3



Étape 4

1. Pour les figures obtenues à l'étape 5 et suivant :
 - Combien de carrés noirs de côté $\frac{1}{3}$ contient la figure?
 - Combien de carrés noirs de côté $\frac{1}{9}$ contient la figure?
 - Combien de carrés noirs de côté $\frac{1}{27}$ contient la figure?
2. A l'aide du logiciel de programmation, déterminer le nombre exact S de carré noirs présents à l'étape 4?
3. Déterminer les valeurs de q et n pour que l'égalité soit réalisée:

$$S = \frac{1 - q^k}{1 - q}$$