Proposition :

Le nombre $\dfrac{1}{3}$ n'est pas décimal. $\left(\dfrac{1}{3} \notin \mathbb{D}\right)$

Preuve :

Raisonnons par l'absurde. Supposons, que le nombre $\dfrac{1}{3}$ est un nombre décimal. Ainsi, il admet une écriture de la forme :

$\dfrac{1}{3} = 0{,}a_1a_2a_3\ldots a_n$

Où a_1, a_2, …, a_n sont les n chiffres significatifs *(sans zéros inutiles)* de ce nombre décimal : en particulier a_n est un entier compris entre 1 et 9.

De cette égalité, on en déduit :

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} &= 0{,}a_1a_2a_3\ldots a_n \\ 3\times\frac{1}{3} &= 3\times 0{,}a_1a_2a_3\ldots a_n \\ 1 &= 3\times 0{,}a_1a_2a_3\ldots a_n \end{aligned}$$

En posant la multiplication du membre de droite, on doit avoir :

$$\begin{array}{lr} & 0{,}a_1a_2a_3\ldots a_n \\ \times & 3 \\ \hline & 1,\ 0\ 0\ 0\ldots\ 0 \end{array}$$

Le 0 obtenu à la position n dans la partie décimale indique que le produit $3\times a_n$ est un multiple de 10 : ce qui est impossible puisque la table de 3 ne possède pas de multiple de 10 lorsque a_n est non-nul.

Proposition :

Le nombre $\dfrac{1}{3}$ n'est pas décimal. $\left(\dfrac{1}{3} \notin \mathbb{D}\right)$

Preuve :

Raisonnons par l'absurde. Supposons, que le nombre $\dfrac{1}{3}$ est un nombre décimal. Ainsi, il admet une écriture de la forme :

$\dfrac{1}{3} = 0{,}a_1a_2a_3\ldots a_n$

Où a_1, a_2, …, a_n sont les n chiffres significatifs *(sans zéros inutiles)* de ce nombre décimal : en particulier a_n est un entier compris entre 1 et 9.

De cette égalité, on en déduit :

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} &= 0{,}a_1a_2a_3\ldots a_n \\ 3\times\frac{1}{3} &= 3\times 0{,}a_1a_2a_3\ldots a_n \\ 1 &= 3\times 0{,}a_1a_2a_3\ldots a_n \end{aligned}$$

En posant la multiplication du membre de droite, on doit avoir :

$$\begin{array}{lr} & 0{,}a_1a_2a_3\ldots a_n \\ \times & 3 \\ \hline & 1,\ 0\ 0\ 0\ldots\ 0 \end{array}$$

Le 0 obtenu à la position n dans la partie décimale indique que le produit $3\times a_n$ est un multiple de 10 : ce qui est impossible puisque la table de 3 ne possède pas de multiple de 10 lorsque a_n est non-nul.

Proposition :

Le nombre $\dfrac{1}{3}$ n'est pas décimal. $\left(\dfrac{1}{3} \notin \mathbb{D}\right)$

Preuve :

Raisonnons par l'absurde. Supposons, que le nombre $\dfrac{1}{3}$ est un nombre décimal. Ainsi, il admet une écriture de la forme :

$\dfrac{1}{3} = 0{,}a_1a_2a_3\ldots a_n$

Où a_1, a_2, …, a_n sont les n chiffres significatifs *(sans zéros inutiles)* de ce nombre décimal : en particulier a_n est un entier compris entre 1 et 9.

De cette égalité, on en déduit :

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} &= 0{,}a_1a_2a_3\ldots a_n \\ 3\times\frac{1}{3} &= 3\times 0{,}a_1a_2a_3\ldots a_n \\ 1 &= 3\times 0{,}a_1a_2a_3\ldots a_n \end{aligned}$$

En posant la multiplication du membre de droite, on doit avoir :

$$\begin{array}{lr} & 0{,}a_1a_2a_3\ldots a_n \\ \times & 3 \\ \hline & 1,\ 0\ 0\ 0\ldots\ 0 \end{array}$$

Le 0 obtenu à la position n dans la partie décimale indique que le produit $3\times a_n$ est un multiple de 10 : ce qui est impossible puisque la table de 3 ne possède pas de multiple de 10 lorsque a_n est non-nul.

Proposition :

Le nombre $\dfrac{1}{3}$ n'est pas décimal. $\left(\dfrac{1}{3} \notin \mathbb{D}\right)$

Preuve :

Raisonnons par l'absurde. Supposons, que le nombre $\dfrac{1}{3}$ est un nombre décimal. Ainsi, il admet une écriture de la forme :

$\dfrac{1}{3} = 0{,}a_1a_2a_3\ldots a_n$

Où a_1, a_2, …, a_n sont les n chiffres significatifs *(sans zéros inutiles)* de ce nombre décimal : en particulier a_n est un entier compris entre 1 et 9.

De cette égalité, on en déduit :

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} &= 0{,}a_1a_2a_3\ldots a_n \\ 3\times\frac{1}{3} &= 3\times 0{,}a_1a_2a_3\ldots a_n \\ 1 &= 3\times 0{,}a_1a_2a_3\ldots a_n \end{aligned}$$

En posant la multiplication du membre de droite, on doit avoir :

$$\begin{array}{lr} & 0{,}a_1a_2a_3\ldots a_n \\ \times & 3 \\ \hline & 1,\ 0\ 0\ 0\ldots\ 0 \end{array}$$

Le 0 obtenu à la position n dans la partie décimale indique que le produit $3\times a_n$ est un multiple de 10 : ce qui est impossible puisque la table de 3 ne possède pas de multiple de 10 lorsque a_n est non-nul.