Définition :
- Un entier est dit **pair** si ce nombre est un multiple de 2.
- Un entier est dit **impair** si ce nombre n'est pas un entier pair.

Proposition :
- Si a est un entier pair alors il existe un entier k tel que : $a = 2\times k$
- Si a est un entier impair alors il existe un entier k tel que : $a = 2\times k + 1$

Preuve :
- Si a est un entier pair alors il est divisible par 2.

La divsion euclidienne donnt un quotient k et un reste de 0 permettant d'écrire :
$a = 2\times k + 0$
$a = 2\times k$
- Si a est un entier impair alors il n'est pas divisible par 2. Le reste n'étant pas nul, il vaut nécessairement 1 et on a l'existence d'un entier k tel que :
$a = 2\times k + 1$

Proposition : voici l'étude de la parité de l'addition et de la multiplication :

$+$	Pair	Impair
Pair	Pair	Impair
Impair	Impair	Pair

$\times$	Pair	Impair
Pair	Pair	Pair
Impair	Pair	Impair

Idée de preuve : Soit a et b deux entiers impairs, alors on a l'existence de deux entiers k et k' tels que :
$a = 2\cdot k + 1 \quad ; \quad b = 2\cdot k' + 1$

- Montrons que la somme de deux entiers impairs est paire :
$$\begin{aligned} a + b &= \big(2\times k + 1\big) + \big(2\times k' + 1\big) \\ &= 2\times k + 2\times k' + 2 \\ &= 2\big(k + k' + 1\big) \end{aligned}$$
On en déduit que $a{+}b$ est pair.
- Montrons que le produit de deux entiers impairs est impair :
$$\begin{aligned} a\times b &= \big(2\times k + 1\big)\big(2\times k' + 1\big) \\ &= 4\times k\times k' + 2\times k + 2\times k' + 1 \\ &= 2\big(2\times k\times k' + k + k'\big) + 1 \end{aligned}$$
On en déduit que $a\times b$ est impair.

Définition :
- Un entier est dit **pair** si ce nombre est un multiple de 2.
- Un entier est dit **impair** si ce nombre n'est pas un entier pair.

Proposition :
- Si a est un entier pair alors il existe un entier k tel que : $a = 2\times k$
- Si a est un entier impair alors il existe un entier k tel que : $a = 2\times k + 1$

Preuve :
- Si a est un entier pair alors il est divisible par 2.

La divsion euclidienne donnt un quotient k et un reste de 0 permettant d'écrire :
$a = 2\times k + 0$
$a = 2\times k$
- Si a est un entier impair alors il n'est pas divisible par 2. Le reste n'étant pas nul, il vaut nécessairement 1 et on a l'existence d'un entier k tel que :
$a = 2\times k + 1$

Proposition : voici l'étude de la parité de l'addition et de la multiplication :

$+$	Pair	Impair
Pair	Pair	Impair
Impair	Impair	Pair

$\times$	Pair	Impair
Pair	Pair	Pair
Impair	Pair	Impair

Idée de preuve : Soit a et b deux entiers impairs, alors on a l'existence de deux entiers k et k' tels que :
$a = 2\cdot k + 1 \quad ; \quad b = 2\cdot k' + 1$

- Montrons que la somme de deux entiers impairs est paire :
$$\begin{aligned} a + b &= \big(2\times k + 1\big) + \big(2\times k' + 1\big) \\ &= 2\times k + 2\times k' + 2 \\ &= 2\big(k + k' + 1\big) \end{aligned}$$
On en déduit que $a{+}b$ est pair.
- Montrons que le produit de deux entiers impairs est impair :
$$\begin{aligned} a\times b &= \big(2\times k + 1\big)\big(2\times k' + 1\big) \\ &= 4\times k\times k' + 2\times k + 2\times k' + 1 \\ &= 2\big(2\times k\times k' + k + k'\big) + 1 \end{aligned}$$
On en déduit que $a\times b$ est impair.