Définition :

Dans le plan, on dit que deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ont même direction s'il existe un réel α non-nul tel que :

$\overrightarrow{v}=\alpha\cdot\overrightarrow{u}$

Proposition : *(Propriété de colinéarité)*

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère les deux vecteurs $\overrightarrow{u}(x\,;y)$ et $\overrightarrow{v}(x'\,;y')$.

Les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires

si, et seulement si, $x\cdot y'-x'\cdot y=0$

Idée de preuve :

Nous démontrerons cette équivalence dans un seul cas : l'abscisse du vecteur $\overrightarrow{u}$ est non-nulle, de même pour son ordonnée :

- Supposons que les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ soient colinéaires. Ainsi, il existe un réel α tel que :

  $\overrightarrow{v}=\alpha\cdot\overrightarrow{u}$

  Par identification sur les coordonnées de ces deux vecteurs :

$x'=\alpha\cdot x$	$y'=\alpha\cdot y$
Puisque x est non-nul :	Puisque y est non-nul :
$\dfrac{x'}{x}=\alpha$	$\dfrac{y'}{y}=\alpha$

  De ces deux égalités, on en déduit :

  $$\frac{x'}{x}=\frac{y'}{y}$$

  D'après le produit en croix :

  $x'\cdot y-x\cdot y'=0$

- Supposons que les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ vérifient la relation :

$x\cdot y'-x'\cdot y=0$	$y'=\dfrac{x'\cdot y}{x}$	$\dfrac{y'}{y}=\dfrac{x'\cdot y}{x}\times\dfrac{1}{y}$
$x\cdot y'=x'\cdot y$	$\dfrac{y'}{y}=\dfrac{\frac{x'\cdot y}{x}}{y}$	$\dfrac{y'}{y}=\dfrac{x'}{x}$
$\dfrac{x\cdot y'}{x}=\dfrac{x'\cdot y}{x}$		

  Notons α la valeur de ces deux quotients. On a :

$\alpha=\dfrac{x'}{x}$	$\alpha=\dfrac{y'}{y}$
$\alpha\cdot x=x'$	$\alpha\cdot y=y'$

  Ainsi, les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{v}$ vérifient :

  $\overrightarrow{v}(x'\,;y')=(\alpha\cdot x\,;\alpha\cdot y)=\alpha\cdot(x\,;y)$

  On en déduit la relation : $\overrightarrow{v}=\alpha\cdot\overrightarrow{u}$

  Les deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires.

Définition :

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère les deux vecteurs $\overrightarrow{u}(x\,;y)$ et $\overrightarrow{v}(x'\,;y')$.

On appelle **déterminant des vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$** le nombre réel notée $\det\left(\overrightarrow{u}\,;\overrightarrow{v}\right)$ défini par :

$\det\left(\overrightarrow{u}\,;Vecv\right)=x\times y'-x'\times y$

Corollaire :

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère les deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$.

$\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires $\Longleftrightarrow$ $\det\left(\overrightarrow{u}\,;\overrightarrow{v}\right)=0$

Définition :

Dans le plan, on dit que deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ont même direction s'il existe un réel α non-nul tel que :

$\overrightarrow{v}=\alpha\cdot\overrightarrow{u}$

Proposition : *(Propriété de colinéarité)*

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère les deux vecteurs $\overrightarrow{u}(x\,;y)$ et $\overrightarrow{v}(x'\,;y')$.

Les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires

si, et seulement si, $x\cdot y'-x'\cdot y=0$

Idée de preuve :

Nous démontrerons cette équivalence dans un seul cas : l'abscisse du vecteur $\overrightarrow{u}$ est non-nulle, de même pour son ordonnée :

- Supposons que les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ soient colinéaires. Ainsi, il existe un réel α tel que :

  $\overrightarrow{v}=\alpha\cdot\overrightarrow{u}$

  Par identification sur les coordonnées de ces deux vecteurs :

$x'=\alpha\cdot x$	$y'=\alpha\cdot y$
Puisque x est non-nul :	Puisque y est non-nul :
$\dfrac{x'}{x}=\alpha$	$\dfrac{y'}{y}=\alpha$

  De ces deux égalités, on en déduit :

  $$\frac{x'}{x}=\frac{y'}{y}$$

  D'après le produit en croix :

  $x'\cdot y-x\cdot y'=0$

- Supposons que les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ vérifient la relation :

$x\cdot y'-x'\cdot y=0$	$y'=\dfrac{x'\cdot y}{x}$	$\dfrac{y'}{y}=\dfrac{x'\cdot y}{x}\times\dfrac{1}{y}$
$x\cdot y'=x'\cdot y$	$\dfrac{y'}{y}=\dfrac{\frac{x'\cdot y}{x}}{y}$	$\dfrac{y'}{y}=\dfrac{x'}{x}$
$\dfrac{x\cdot y'}{x}=\dfrac{x'\cdot y}{x}$		

  Notons α la valeur de ces deux quotients. On a :

$\alpha=\dfrac{x'}{x}$	$\alpha=\dfrac{y'}{y}$
$\alpha\cdot x=x'$	$\alpha\cdot y=y'$

  Ainsi, les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{v}$ vérifient :

  $\overrightarrow{v}(x'\,;y')=(\alpha\cdot x\,;\alpha\cdot y)=\alpha\cdot(x\,;y)$

  On en déduit la relation : $\overrightarrow{v}=\alpha\cdot\overrightarrow{u}$

  Les deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires.

Définition :

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère les deux vecteurs $\overrightarrow{u}(x\,;y)$ et $\overrightarrow{v}(x'\,;y')$.

On appelle **déterminant des vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$** le nombre réel notée $\det\left(\overrightarrow{u}\,;\overrightarrow{v}\right)$ défini par :

$\det\left(\overrightarrow{u}\,;Vecv\right)=x\times y'-x'\times y$

Corollaire :

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;I\,;J)$, on considère les deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$.

$\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires $\Longleftrightarrow$ $\det\left(\overrightarrow{u}\,;\overrightarrow{v}\right)=0$