Fonction dérivée de la fonction inverse

On considère la fonction f inverse : $f(x) = \dfrac{1}{x}$

Déterminons le nombre dérivée de la fonction f en $\mathbf{1}$:

$$f'(\mathbf{1}) = \lim_{h \mapsto 0} \frac{f(\mathbf{1}+h) - f(\mathbf{1})}{h} = \lim_{h \mapsto 0} \frac{\dfrac{1}{\mathbf{1}+h} - \dfrac{1}{\mathbf{1}}}{h}$$

$$= \lim_{h \mapsto 0} \frac{\dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{1}\left(\mathbf{1}+h\right)} - \dfrac{\mathbf{1}+h}{\mathbf{1}\left(\mathbf{1}+h\right)}}{h} = \lim_{h \mapsto 0} \frac{\dfrac{\mathbf{1} - \left(\mathbf{1}+h\right)}{\mathbf{1}\left(\mathbf{1}+h\right)}}{h}$$

$$= \lim_{h \mapsto 0} \frac{-\dfrac{h}{\mathbf{1}\left(\mathbf{1}+h\right)}}{h} = \lim_{h \mapsto 0} -\frac{h}{\mathbf{1}\left(\mathbf{1}+h\right)} \times \frac{1}{h} = \lim_{h \mapsto 0} -\frac{1}{\mathbf{1}\left(\mathbf{1}+h\right)} = -\frac{1}{\mathbf{1}^2}$$

Fonction dérivée de la fonction inverse

On considère la fonction f inverse : $\quad f(x)=\dfrac{1}{x}$

Déterminons le nombre dérivée de la fonction f en $\mathbf{2}$:

$$f'(\mathbf{2})=\lim_{h\mapsto 0}\frac{f(\mathbf{2}+h)-f(\mathbf{2})}{h}=\lim_{h\mapsto 0}\frac{\dfrac{1}{\mathbf{2}+h}-\dfrac{1}{\mathbf{2}}}{h}$$

$$=\lim_{h\mapsto 0}\frac{\dfrac{\mathbf{2}}{\mathbf{2}\left(\mathbf{2}+h\right)}-\dfrac{\mathbf{2}+h}{\mathbf{2}\left(\mathbf{2}+h\right)}}{h}=\lim_{h\mapsto 0}\frac{\dfrac{\mathbf{2}-\left(\mathbf{2}+h\right)}{\mathbf{2}\left(\mathbf{2}+h\right)}}{h}$$

$$=\lim_{h\mapsto 0}\frac{-\dfrac{h}{\mathbf{2}\left(\mathbf{2}+h\right)}}{h}=\lim_{h\mapsto 0}-\frac{h}{\mathbf{2}\left(\mathbf{2}+h\right)}\times\frac{1}{h}=\lim_{h\mapsto 0}-\frac{1}{\mathbf{2}\left(\mathbf{2}+h\right)}=-\frac{1}{\mathbf{2}^2}$$

Fonction dérivée de la fonction inverse

On considère la fonction f inverse : $\quad f(x) = \dfrac{1}{x}$

Déterminons le nombre dérivée de la fonction f en **(-3)** :

$$f'((\mathbf{-3})) = \lim_{h \mapsto 0} \frac{f((\mathbf{-3})+h) - f((\mathbf{-3}))}{h} = \lim_{h \mapsto 0} \frac{\dfrac{1}{(\mathbf{-3})+h} - \dfrac{1}{(\mathbf{-3})}}{h}$$

$$= \lim_{h \mapsto 0} \frac{\dfrac{(\mathbf{-3})}{(\mathbf{-3})\left((\mathbf{-3})+h\right)} - \dfrac{(\mathbf{-3})+h}{(\mathbf{-3})\left((\mathbf{-3})+h\right)}}{h} = \lim_{h \mapsto 0} \frac{\dfrac{(\mathbf{-3}) - \left((\mathbf{-3})+h\right)}{(\mathbf{-3})\left((\mathbf{-3})+h\right)}}{h}$$

$$= \lim_{h \mapsto 0} \frac{-\dfrac{h}{(\mathbf{-3})\left((\mathbf{-3})+h\right)}}{h} = \lim_{h \mapsto 0} -\frac{h}{(\mathbf{-3})\left((\mathbf{-3})+h\right)} \times \frac{1}{h} = \lim_{h \mapsto 0} -\frac{1}{(\mathbf{-3})\left((\mathbf{-3})+h\right)} = -\frac{1}{(\mathbf{-3})^2}$$

Fonction dérivée de la fonction inverse

On considère la fonction f inverse : $\quad f(x) = \dfrac{1}{x}$

Déterminons le nombre dérivée de la fonction f en $\boldsymbol{x}$:

$$f'(\boldsymbol{x}) = \lim_{h\mapsto 0} \frac{f(\boldsymbol{x}+h) - f(\boldsymbol{x})}{h} = \lim_{h\mapsto 0} \frac{\dfrac{1}{\boldsymbol{x}+h} - \dfrac{1}{\boldsymbol{x}}}{h}$$

$$= \lim_{h\mapsto 0} \frac{\dfrac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{x}\left(\boldsymbol{x}+h\right)} - \dfrac{\boldsymbol{x}+h}{\boldsymbol{x}\left(\boldsymbol{x}+h\right)}}{h} = \lim_{h\mapsto 0} \frac{\dfrac{\boldsymbol{x} - \left(\boldsymbol{x}+h\right)}{\boldsymbol{x}\left(\boldsymbol{x}+h\right)}}{h}$$

$$= \lim_{h\mapsto 0} \frac{-\dfrac{h}{\boldsymbol{x}\left(\boldsymbol{x}+h\right)}}{h} = \lim_{h\mapsto 0} -\frac{h}{\boldsymbol{x}\left(\boldsymbol{x}+h\right)} \times \frac{1}{h} = \lim_{h\mapsto 0} -\frac{1}{\boldsymbol{x}\left(\boldsymbol{x}+h\right)} = -\frac{1}{\boldsymbol{x}^2}$$