1. Les entiers naturels inférieurs ou égaux à 121 vérifiant la propriété $\mathcal{P}$ sont :
$1 \quad ; \quad 11 \quad ; \quad 33 \quad ; \quad 55 \quad ; \quad 121$

2. a. On a la valeur suivante :
$$\begin{aligned} a &= n^2+11-(n+11)(n-11) \\ &= n^2+11-\left[n^2-121\right] \\ &= n^2+11-n^2+121 \\ &= 132 \end{aligned}$$

b. Soit n un entier vérifiant la propriété $\mathcal{P}$. Il existe un entier naturel k vérifiant :
$$n^2+11 = k{\cdot}(n+11)$$
Or, on a vue que :
$$n^2+11-(n+11)(n-11) = 132$$
$$n^2+11-(n+11)(n-11) > 0$$
$$n^2+11 > (n+11)(n-11)$$
On en d'éduit que $k > n-11$. Il existe $k' \in \mathbb{N}^*$ vérifiant :
$$k = n-11+k'$$
On en déduit les égalités suivantes :
$$\begin{aligned} n^2+11 &= k{\cdot}(n+11) \\ n^2+11 &= (n-11+k'){\cdot}(n+11) \\ n^2+11 &= (n-11){\cdot}(n+11)+k'{\cdot}(n+11) \\ n^2+11 &= n^2-121+k'{\cdot}(n+11) \\ n^2+11-n^2+121 &= k'{\cdot}(n+11) \\ 132 &= k'{\cdot}(n+11) \end{aligned}$$
De cette égalité, on en déduuit que $(n+11)$ divise 132. On a la comparaison suivante :
$$\begin{aligned} n+11 &< 132 \\ n &< 132-11 \\ n &< 121 \end{aligned}$$
Ainsi, un entier naturel n vérifiant la propriété $\mathcal{P}$ est inférieur à 121.

3. La liste des entiers vérifiant la propriété $\mathcal{P}$ sont donc les entiers obtenus à partir de la feuille de calcul :
$\{1\,;\,11\,;\,33\,;\,55\,;\,121\}$

1. Les entiers naturels inférieurs ou égaux à 121 vérifiant la propriété $\mathcal{P}$ sont :
$1 \quad ; \quad 11 \quad ; \quad 33 \quad ; \quad 55 \quad ; \quad 121$

2. a. On a la valeur suivante :
$$\begin{aligned} a &= n^2+11-(n+11)(n-11) \\ &= n^2+11-\left[n^2-121\right] \\ &= n^2+11-n^2+121 \\ &= 132 \end{aligned}$$

b. Soit n un entier vérifiant la propriété $\mathcal{P}$. Il existe un entier naturel k vérifiant :
$$n^2+11 = k{\cdot}(n+11)$$
Or, on a vue que :
$$n^2+11-(n+11)(n-11) = 132$$
$$n^2+11-(n+11)(n-11) > 0$$
$$n^2+11 > (n+11)(n-11)$$
On en d'éduit que $k > n-11$. Il existe $k' \in \mathbb{N}^*$ vérifiant :
$$k = n-11+k'$$
On en déduit les égalités suivantes :
$$\begin{aligned} n^2+11 &= k{\cdot}(n+11) \\ n^2+11 &= (n-11+k'){\cdot}(n+11) \\ n^2+11 &= (n-11){\cdot}(n+11)+k'{\cdot}(n+11) \\ n^2+11 &= n^2-121+k'{\cdot}(n+11) \\ n^2+11-n^2+121 &= k'{\cdot}(n+11) \\ 132 &= k'{\cdot}(n+11) \end{aligned}$$
De cette égalité, on en déduuit que $(n+11)$ divise 132. On a la comparaison suivante :
$$\begin{aligned} n+11 &< 132 \\ n &< 132-11 \\ n &< 121 \end{aligned}$$
Ainsi, un entier naturel n vérifiant la propriété $\mathcal{P}$ est inférieur à 121.

3. La liste des entiers vérifiant la propriété $\mathcal{P}$ sont donc les entiers obtenus à partir de la feuille de calcul :
$\{1\,;\,11\,;\,33\,;\,55\,;\,121\}$