

Exercice 1

Pour tout entier naturel n non nul, on considère le nombre U_n défini par :

$$U_n = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{n-1}$$

On cherche à déterminer si ce nombre peut être divisible par l'un ou plusieurs des nombres premiers suivants :

2 ; 3 ; 7 ; 13

Partie A

1. A l'aide d'un logiciel adapté, calculer U_1, U_2, \dots, U_{30} .
2. Déterminer les listes des restes de la division de U_n par 2 ; par 3 ; par 7 et par 13.
3. a. Quelles conjectures peut-on en tirer sur la divisibilité de U_n pour chacun des entiers précédents ?
b. A quelle(s) condition(s) sur n , le nombre U_n semble-t-il être divisible par 7×13 ? par $2 \times 7 \times 13$?

Partie B

1. Montrer que, pour tout entier naturel n non nul, U_n est divisible par 7 si, et seulement si, 7 divise $3^n - 1$.
2. A l'aide de la question précédente, démontrer la conjecture émise pour 7.
3. Dans le cas où U_n est divisible par 7, U_n est-il divisible par 7×13 ? par $2 \times 7 \times 13$?

Exercice 1

Pour tout entier naturel n non nul, on considère le nombre U_n défini par :

$$U_n = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{n-1}$$

On cherche à déterminer si ce nombre peut être divisible par l'un ou plusieurs des nombres premiers suivants :

2 ; 3 ; 7 ; 13

Partie A

1. A l'aide d'un logiciel adapté, calculer U_1, U_2, \dots, U_{30} .
2. Déterminer les listes des restes de la division de U_n par 2 ; par 3 ; par 7 et par 13.
3. a. Quelles conjectures peut-on en tirer sur la divisibilité de U_n pour chacun des entiers précédents ?
b. A quelle(s) condition(s) sur n , le nombre U_n semble-t-il être divisible par 7×13 ? par $2 \times 7 \times 13$?

Partie B

1. Montrer que, pour tout entier naturel n non nul, U_n est divisible par 7 si, et seulement si, 7 divise $3^n - 1$.
2. A l'aide de la question précédente, démontrer la conjecture émise pour 7.
3. Dans le cas où U_n est divisible par 7, U_n est-il divisible par 7×13 ? par $2 \times 7 \times 13$?

Exercice 1

Pour tout entier naturel n non nul, on considère le nombre U_n défini par :

$$U_n = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{n-1}$$

On cherche à déterminer si ce nombre peut être divisible par l'un ou plusieurs des nombres premiers suivants :

2 ; 3 ; 7 ; 13

Partie A

1. A l'aide d'un logiciel adapté, calculer U_1, U_2, \dots, U_{30} .
2. Déterminer les listes des restes de la division de U_n par 2 ; par 3 ; par 7 et par 13.
3. a. Quelles conjectures peut-on en tirer sur la divisibilité de U_n pour chacun des entiers précédents ?
b. A quelle(s) condition(s) sur n , le nombre U_n semble-t-il être divisible par 7×13 ? par $2 \times 7 \times 13$?

Partie B

1. Montrer que, pour tout entier naturel n non nul, U_n est divisible par 7 si, et seulement si, 7 divise $3^n - 1$.
2. A l'aide de la question précédente, démontrer la conjecture émise pour 7.
3. Dans le cas où U_n est divisible par 7, U_n est-il divisible par 7×13 ? par $2 \times 7 \times 13$?

Exercice 1

Pour tout entier naturel n non nul, on considère le nombre U_n défini par :

$$U_n = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{n-1}$$

On cherche à déterminer si ce nombre peut être divisible par l'un ou plusieurs des nombres premiers suivants :

2 ; 3 ; 7 ; 13

Partie A

1. A l'aide d'un logiciel adapté, calculer U_1, U_2, \dots, U_{30} .
2. Déterminer les listes des restes de la division de U_n par 2 ; par 3 ; par 7 et par 13.
3. a. Quelles conjectures peut-on en tirer sur la divisibilité de U_n pour chacun des entiers précédents ?
b. A quelle(s) condition(s) sur n , le nombre U_n semble-t-il être divisible par 7×13 ? par $2 \times 7 \times 13$?

Partie B

1. Montrer que, pour tout entier naturel n non nul, U_n est divisible par 7 si, et seulement si, 7 divise $3^n - 1$.
2. A l'aide de la question précédente, démontrer la conjecture émise pour 7.
3. Dans le cas où U_n est divisible par 7, U_n est-il divisible par 7×13 ? par $2 \times 7 \times 13$?