

# I. Les figures élémentaires :

## A. Les triangles :

### ● Triangle isocèle

Définition :

Un triangle isocèle est un triangle qui a deux de ses côtés de même mesure.

Propriétés :

⇒ Si un triangle est isocèle Alors { les deux côtés issus du sommet principal ont même mesure.

⇒ Si un triangle est isocèle Alors { les deux angles de la base principal ont même mesure.

### ● Triangle rectangle

Définition :

Un triangle rectangle est un triangle qui possède un angle droit

Propriétés :

⇒ Si un triangle ABC est rectangle en A Alors l'angle  $\widehat{BAC}$  est un angle droit.

### ● Triangle équilatéral

Définition :

Un triangle équilatéral est un triangle ayant ses trois longueurs de même mesure.

Propriétés :

⇒ Si un triangle est équilatéral Alors il a ses trois angles de même mesure.

Propriétés caractérisantes :

⇒ Si { un triangle a ses trois angles de même mesure Alors c'est un triangle équilatéral

## B. Les quadrilatères :

### ● Les trapèzes

Définition :

Un trapèze est un quadrilatère qui a deux de ses côtés opposés parallèles.

### ● Les parallélogramme

Définition :

Un parallélogramme est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles entre eux.

Propriétés :

⇒ Si { un quadrilatère est un parallélogramme Alors { ses diagonales se coupent en leurs milieux

⇒ Si { un quadrilatère est un parallélogramme Alors { l'intersection des diagonales est centre de symétrie du parallélogramme

⇒ Si { un quadrilatère est un parallélogramme Alors { ses côtés opposés sont de même longueur

Propriétés caractérisantes :

⇒ Si { un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leurs milieux Alors c'est un parallélogramme

➔ Si  $\left\{ \begin{array}{l} \text{un quadrilatère (non-croisé) a ses} \\ \text{côté opposés parallèles} \end{array} \right.$  Alors  $c'est un parallélogramme$

➔ Si  $\left\{ \begin{array}{l} \text{un quadrilatère a ses côté opposés de} \\ \text{même longueurs} \end{array} \right.$  Alors  $c'est un parallélogramme$

➔ Si  $\left\{ \begin{array}{l} \text{un quadrilatère non-croisé a deux} \\ \text{de ses côté opposés parallèles et de} \\ \text{même longueurs} \end{array} \right.$  Alors  $c'est un parallélogramme$

### ● Les losanges

Définition :

Un losange est un quadrilatère qui a ses quatres côtés de même longueur.

Propriétés :

➔ Si un quadrilatère est un losange Alors  $\left\{ \begin{array}{l} \text{ses côtés opposés sont parallèles} \\ \text{deux à deux} \end{array} \right.$

➔ Si un quadrilatère est un losange Alors  $\left\{ \begin{array}{l} \text{ses diagonales se coupent en leurs} \\ \text{milieux et sont perpendiculaires} \end{array} \right.$

Propriétés caractérisantes :

➔ Si  $\left\{ \begin{array}{l} \text{un quadrilatère a ses diagonales per-} \\ \text{pendiculaires et se coupant en leurs} \\ \text{milieux} \end{array} \right.$  Alors  $c'est un losange$

➔ Si  $\left\{ \begin{array}{l} \text{un parallélogramme a deux côtés} \\ \text{consécutifs de même longueur} \end{array} \right.$  Alors  $c'est un losange$

➔ Si  $\left\{ \begin{array}{l} \text{un parallélogramme a ses diagonales} \\ \text{perpendiculaires} \end{array} \right.$  Alors  $c'est un losange$

### ● Les rectangles

Définition :

Un rectangle est un quadrilatère qui a quatre angles droits.

Propriétés :

➔ Si un quadrilatère est un rectangle Alors  $\left\{ \begin{array}{l} \text{ses côtés opposés sont parallèles et} \\ \text{de même longueur.} \end{array} \right.$

➔ Si un quadrilatère est un rectangle Alors  $\left\{ \begin{array}{l} \text{ses diagonales se coupent en leurs} \\ \text{milieux et ont la même longueur.} \end{array} \right.$

➔ Si un quadrilatère est un rectangle Alors  $\text{ses quatres angles sont droits.}$

Propriétés caractérisantes :

➔ Si  $\left\{ \begin{array}{l} \text{un quadrilatère a ses diagonales se} \\ \text{coupant en leurs milieux et de même} \\ \text{longueur} \end{array} \right.$  Alors  $c'est un rectangle.$

➔ Si un quadrilatère a trois angles droits Alors  $c'est un rectangle.$

➔ Si un parallélogramme a un angle droit Alors  $c'est un rectangle.$

➔ Si  $\left\{ \begin{array}{l} \text{un parallélogramme a ses diagonales} \\ \text{de même longueur} \end{array} \right.$  Alors  $c'est un rectangle.$

### ● Les carrés

Définition :

*Un quadrilatère est un carré si il a ses quatres côtés de même longueur et ses quatres angles sont droits.*

Propriétés :

- ⇒ Si un quadrilatère est un carré Alors  $\left\{ \begin{array}{l} \text{il a ses quatres côtés de même longueur.} \\ \text{ses côtés opposés sont parallèles.} \\ \text{ses quatres angles sont droits.} \\ \text{ses diagonales sont de même longueur, se coupent en leurs milieux et sont perpendiculaires.} \end{array} \right.$
- ⇒ Si un quadrilatère est un carré Alors ses côtés opposés sont parallèles.
- ⇒ Si un quadrilatère est un carré Alors ses quatres angles sont droits.
- ⇒ Si un quadrilatère est un carré Alors  $\left\{ \begin{array}{l} \text{ses diagonales sont de même longueur, se coupent en leurs milieux et sont perpendiculaires.} \end{array} \right.$

Propriétés caractérisantes :

- ⇒ Si  $\left\{ \begin{array}{l} \text{un quadrilatère a ses diagonales perpendiculaires, se coupant en leurs milieux et de même longueur} \end{array} \right.$  Alors c'est un carré.
- ⇒ Si  $\left\{ \begin{array}{l} \text{un quadrilatère a ses quatres côtés de même longueur et possède un angle droit} \end{array} \right.$  Alors c'est un carré.
- ⇒ Si un losange a un angle droit Alors c'est un carré.
- ⇒ Si  $\left\{ \begin{array}{l} \text{un losange a ses deux diagonales de même longueur} \end{array} \right.$  Alors c'est un carré.
- ⇒ Si  $\left\{ \begin{array}{l} \text{un rectangle a deux de ses côtés consécutifs de même longueur} \end{array} \right.$  Alors c'est un carré.
- ⇒ Si  $\left\{ \begin{array}{l} \text{un rectangle a ses diagonales perpendiculaires} \end{array} \right.$  Alors c'est un carré.

### C. Les cercles :

Définition :

- Un cercle est l'ensemble de points se trouvant à une même distance (appelé le rayon) d'un point (appelé le centre)
- Un rayon est un segment ayant pour extrémité le centre du cercle et un point de ce cercle.
- Un diamètre est un segment reliant deux points du cercles et passant par son centre.

Propriétés :

- ⇒ Si  $\left\{ \begin{array}{l} M \text{ est un point du cercle de centre } O \text{ et de rayon } r \end{array} \right.$  Alors  $OM = r$ .

## II. Propriété sur les droites :

### A. A propos des droites :

Propriétés :

- ⇒ Par deux points distincts, il passe une et une seule droite

→ Par un point, il ne passe une et une seule droite parallèle à une autre

## B. Parallelisme et perpendiculaire :

Propriétés :

→ Si { deux droites sont parallèles à une même troisième droite } Alors elles sont parallèles entre elles

→ Si { deux droites sont perpendiculaires à une même troisième } Alors elles sont parallèles entre elles.

→ Si { deux droites sont parallèles entre elles et une troisième est perpendiculaire à l'une } Alors elle est perpendiculaire à l'autre

## C. Médiatrice :

Définition :

La médiatrice du segment  $[AB]$  est la droite perpendiculaire à ce segment et passant par le milieu de ce segment.

Propriétés :

→ Si { une droite est perpendiculaire à un segment et passe par son milieu } Alors { cette droite est la médiatrice de ce segment.

→ Si {  $M$  est un point de la médiatrice du segment  $[AB]$  } Alors {  $M$  est à égale distance des extrémités de  $[AB]$  :  $MA = MB$  }

→ Si {  $M$  est un point à égale distance des extrémités d'un segment } Alors {  $M$  est un point de la médiatrice de ce segment.

# III. Symétrie :

## A. La symétrie axiale :

Propriétés :

→ Si { deux segments sont symétriques par rapport à une droite } Alors il ont la même longueur

→ Si { deux angles sont symétriques par rapport à une droite } Alors ils ont la même mesure

→ Si { deux figures sont symétriques par rapport à une droite } Alors elles ont la même aire

## B. La symétrie centrale :

Propriétés :

→ Si { deux segments sont symétriques par rapport à un point } Alors { ils sont de même longueur et parallèle entre eux

⇒	Si	{	deux droites sont symétriques par rapport à un point	Alors	elles sont parallèles
⇒	Si	{	deux angles sont symétriques par rapport à un point	Alors	ils ont la même mesure
⇒	Si	{	deux figures sont symétriques par rapport à un point	Alors	elles ont la même aire

## IV. Les angles :

Définition :

- Deux angles sont dits complémentaires si la somme de leur mesure vaut  $90^\circ$
- Deux angles sont dits supplémentaires si la somme de leur mesure vaut  $180^\circ$

⇒	Si	deux angles opposés par le sommet	Alors	ils ont même mesure
---	----	-----------------------------------	-------	---------------------

### A. Angles et parallélisme :

Deux droites et une sécante à ces deux droites forment par leurs intersections huit angles :

Définition :

Deux angles sont dits alternes-internes si :

- ils ont des sommets distincts
- ils sont de part et d'autres de la sécantes
- ils sont entre les deux droites

Deux angles sont dits correspondants si :

- ils ont des sommets distincts
- Ils sont du même côté de la sécante
- Un est entre les deux droites, l'autre est extérieur aux deux droites.

Propriétés :

⇒	Si	les deux droites sont parallèles	Alors	{	les couples d'angles alterne-internes sont de mesure égale.
⇒	Si	les deux droites sont parallèles	Alors	{	les couples d'angles correspondants sont de mesure égale.
⇒	Si	{	Si deux angles alterne-internes ont même mesure	Alors	les deux droites sont parallèles
⇒	Si	{	Si deux angles correspondants ont même mesure	Alors	les deux droites sont parallèles

### B. Angles et polygones :

Propriétés :

- ⇒ La somme des angles dans un triangle vaut  $180^\circ$ .
- ⇒ La somme des angles dans un quadrilatère vaut  $360^\circ$ .