

Exercice

On considère les deux suites (x_n) et (y_n) définies respectivement par :

- $x_0 = 10$; $x_{n+1} = x_n - (2 - \sqrt{3}) \cdot y_n$
- $y_0 = 0$; $y_{n+1} = (2 - \sqrt{3}) \cdot x_n + y_n$

On munit le plan d'un repère $(O; I; J)$. On considère, pour n un entier naturel, les points M_n de coordonnées $(x_n; y_n)$.

1. A l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique (et de sa partie tableur), placer les points M_n pour n compris entre 0 et 20.

2. On suppose l'existence d'une similitude \mathcal{S} vérifiant, pour tout entier naturel n non-nul, la relation :

$$M_{n+1} = f(M_n)$$

a. Au vu de la représentation des vingt premiers termes de la suite (M_n) , quel est la nature de la similitude \mathcal{S} ? quel semble être son centre?

b. A partir du logiciel de géométrie dynamique, émettre une conjecture sur les valeurs, arrondies au dixième, des éléments caractéristiques de la similitude \mathcal{S} .

3. a. En remarquant l'égalité $\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{12}$, déterminer la valeur exacte des nombres : $\cos \frac{\pi}{12}$; $\sin \frac{\pi}{12}$

b. Déterminer la valeur du nombre complexe a vérifiant pour tout entier naturel n :

$$z_{n+1} = a \cdot z_n$$

Exercice

On considère les deux suites (x_n) et (y_n) définies respectivement par :

- $x_0 = 10$; $x_{n+1} = x_n - (2 - \sqrt{3}) \cdot y_n$
- $y_0 = 0$; $y_{n+1} = (2 - \sqrt{3}) \cdot x_n + y_n$

On munit le plan d'un repère $(O; I; J)$. On considère, pour n un entier naturel, les points M_n de coordonnées $(x_n; y_n)$.

1. A l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique (et de sa partie tableur), placer les points M_n pour n compris entre 0 et 20.

2. On suppose l'existence d'une similitude \mathcal{S} vérifiant, pour tout entier naturel n non-nul, la relation :

$$M_{n+1} = f(M_n)$$

a. Au vu de la représentation des vingt premiers termes de la suite (M_n) , quel est la nature de la similitude \mathcal{S} ? quel semble être son centre?

b. A partir du logiciel de géométrie dynamique, émettre une conjecture sur les valeurs, arrondies au dixième, des éléments caractéristiques de la similitude \mathcal{S} .

3. a. En remarquant l'égalité $\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{12}$, déterminer la valeur exacte des nombres : $\cos \frac{\pi}{12}$; $\sin \frac{\pi}{12}$

b. Déterminer la valeur du nombre complexe a vérifiant pour tout entier naturel n :

$$z_{n+1} = a \cdot z_n$$

Exercice

On considère les deux suites (x_n) et (y_n) définies respectivement par :

- $x_0 = 10$; $x_{n+1} = x_n - (2 - \sqrt{3}) \cdot y_n$
- $y_0 = 0$; $y_{n+1} = (2 - \sqrt{3}) \cdot x_n + y_n$

On munit le plan d'un repère $(O; I; J)$. On considère, pour n un entier naturel, les points M_n de coordonnées $(x_n; y_n)$.

1. A l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique (et de sa partie tableur), placer les points M_n pour n compris entre 0 et 20.

2. On suppose l'existence d'une similitude \mathcal{S} vérifiant, pour tout entier naturel n non-nul, la relation :

$$M_{n+1} = f(M_n)$$

a. Au vu de la représentation des vingt premiers termes de la suite (M_n) , quel est la nature de la similitude \mathcal{S} ? quel semble être son centre?

b. A partir du logiciel de géométrie dynamique, émettre une conjecture sur les valeurs, arrondies au dixième, des éléments caractéristiques de la similitude \mathcal{S} .

3. a. En remarquant l'égalité $\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{12}$, déterminer la valeur exacte des nombres : $\cos \frac{\pi}{12}$; $\sin \frac{\pi}{12}$

b. Déterminer la valeur du nombre complexe a vérifiant pour tout entier naturel n :

$$z_{n+1} = a \cdot z_n$$