

# Nombres dérivés et tangentes

## A. Introduction:

### 1. Taux d'accroissement:

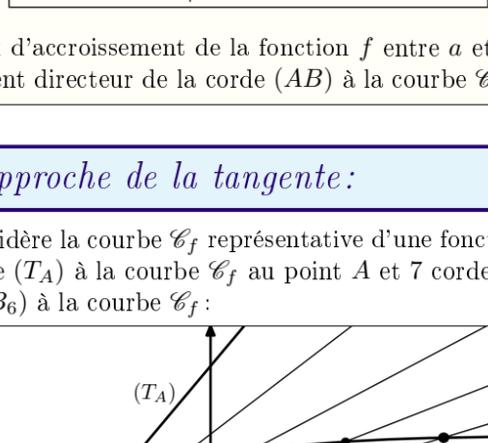
#### Définition:

Soit  $f$  définie sur un intervalle  $I$  et  $a$  et  $b$  deux nombres de  $I$ . On appelle **taux d'accroissement de la fonction  $f$  entre  $a$  et  $b$**  le quotient:

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

#### Remarque:

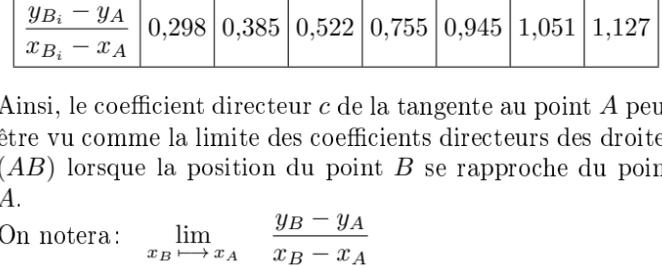
Notons  $\mathcal{C}_f$  la courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère  $(O; I; J)$ , les points  $A$  et  $B$  d'abscisses respectives  $a$  et  $b$ .



Le taux d'accroissement de la fonction  $f$  entre  $a$  et  $b$  est le coefficient directeur de la corde  $(AB)$  à la courbe  $\mathcal{C}_f$ .

### 2. Approche de la tangente:

On considère la courbe  $\mathcal{C}_f$  représentative d'une fonction  $f$ , la tangente  $(T_A)$  à la courbe  $\mathcal{C}_f$  au point  $A$  et 7 cordes  $(AB_0), \dots, (AB_6)$  à la courbe  $\mathcal{C}_f$ :



On remarque que lorsque la suite de points  $(B_i)$  se rapprochent du point  $A$ , la suite des cordes  $(AB_i)$  se rapproche de la tangente  $(T_A)$ .

Approche du coefficient directeur de la tangente:

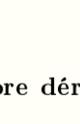
$i$	0	1	2	3	4	5	6
$\frac{y_{B_i} - y_A}{x_{B_i} - x_A}$	0,298	0,385	0,522	0,755	0,945	1,051	1,127

Ainsi, le coefficient directeur  $c$  de la tangente au point  $A$  peut être vu comme la limite des coefficients directeurs des droites  $(AB)$  lorsque la position du point  $B$  se rapproche du point  $A$ .

On notera:  $\lim_{x_B \rightarrow x_A} \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

#### Exemple:

Vous trouverez, en suivant le lien ci-dessous, un diaporama présentant la détermination du coefficient directeur de la tangente à une courbe par limite du taux d'accroissement des cordes:



[https://chingatome.fr/rq411-0](#)



$$f(x) = \frac{x+1}{x+2}$$

L'algorithme ci-dessous va nous permettre d'approcher le nombre dérivée de la fonction  $f$  en 2 :

```
Fonction f(x)
  Renvoyer  $\frac{x+1}{x+2}$ 

Pour i allant de 0 à 100
  h  $\leftarrow 10^{-i}$ 
  a  $\leftarrow \frac{f(2+h)-f(2)}{h}$ 
Fin Pour
```

Voici, au cours de l'exécution de l'algorithme, les premières valeurs affectées aux variables  $h$  et  $a$  :

$h$	1	0,1	0,01	0,001	0,000 1	0,000 01
$a$	0,05	0,060 975	0,062 344	0,062 484	0,062 498	0,062 499

On peut conjecturer que le nombre dérivée en 2 de la fonction  $f$  est proche de 0,0625