
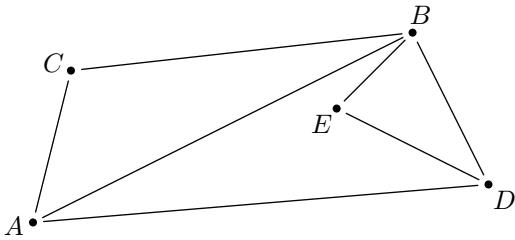


Terminale Option Experte / Graphes et matrices

1. Ordre et degré

E.1   On considère le graphe ci-dessous :




- Donner l'ordre du graphe.
- Compléter le tableau ci-dessous :

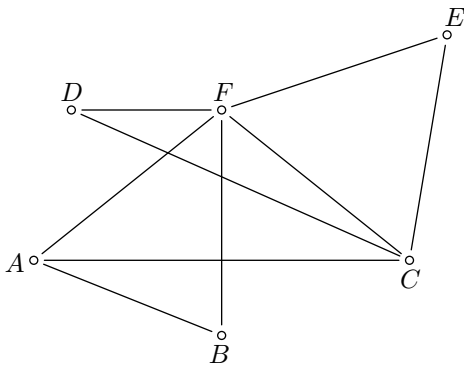
Point	A	B	C	D	E
Degré du point					

- Dans le tableau à double entrée ci-dessous, mettre une croix dans une case si les deux sommets correspondants sont adjacents :

	A	B	C	D	E
A					
B					
C					
D					
E					

2. Graphe simple



E.2   On considère le graphe ci-dessous :

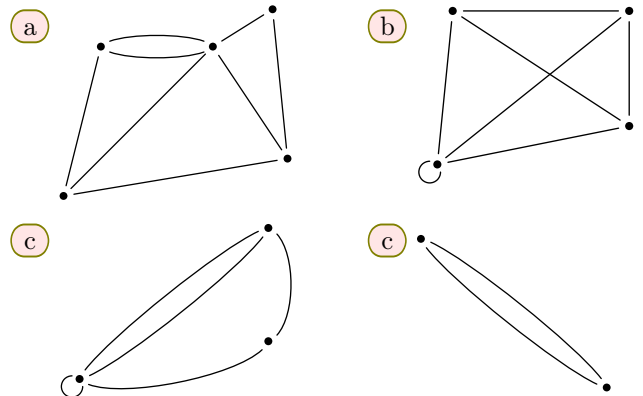


- Quel est l'ordre de ce graphe?
- Compléter le tableau ci-dessous :

Sommet	A	B	C	D	E	F
Degré du sommet						

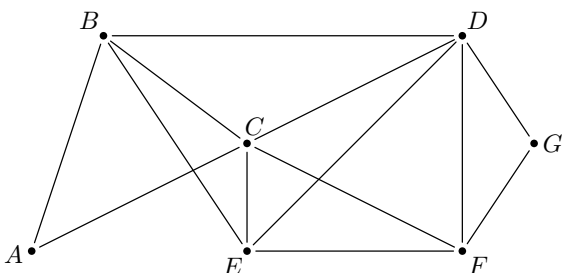
- La somme des degrés de tous les sommets est-elle égale au double du nombre d'arêtes?
- Ce graphe est-il simple?

E.3   Justifier que chacun des graphes ci-dessous n'est pas un graphe simple :

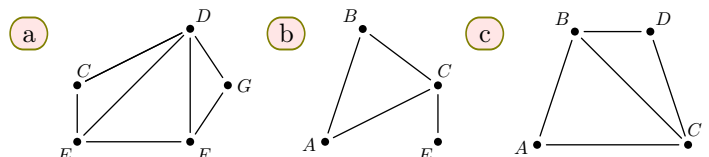


3. Sous-graphe



E.4   On considère le graphe ci-dessous :

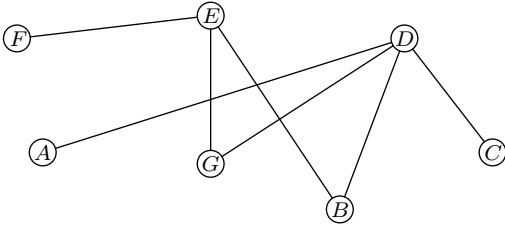


Parmi les graphes ci-dessous, lesquels sont des sous-graphes du graphe principal?





4. Sous graphe stable

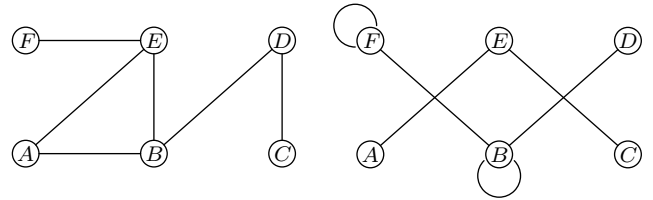
E.5   Une société de gardiennage accueille actuellement sept chiens représentés dans le graphe ci-dessous par les sommets du graphe ; les arêtes représentent les chiens ne pouvant pas être enfermés dans une même cage.



- 1 Quel est le plus grand sous-graphe stable contenant un maximum de sommets?
- 2 Combien de cages au minimum faut-il pour garder ces sept chiens sans risquer des confrontations entre ces chiens?



5. Complet et connexe

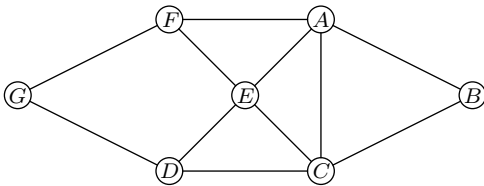
E.6   On considère les deux graphes ci-dessous :



Préciser si ces graphes sont connexes ou pas.

6. Chaîne et cycle



E.7   On considère le graphe ci-dessous :



Parmi les listes ordonnées ci-dessous, lesquelles forment une chaîne de ce graphe :

- 1 $A - E - F - E - G - D$
- 2 $E - F - A - B - C$
- 3 $D - A - C - D$
- 4 $D - C - E - A - F - E$

7. Introduction aux matrices

E.8   On appelle “matrice magique” toute matrice où les sommes des coefficients par ligne, par colonne, par la diagonale principale et par la seconde diagonale donnent toutes le même résultat.

Parmi les matrices suivantes, lesquelles sont des matrices magiques :

- a $\begin{pmatrix} 9 & 4 & 5 \\ 2 & 6 & 10 \\ 7 & 8 & 3 \end{pmatrix}$ b $\begin{pmatrix} 2 & 7 & 6 \\ 9 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & 8 \end{pmatrix}$ c $\begin{pmatrix} 8 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & 7 \\ 4 & 6 & 2 \end{pmatrix}$

E.9   On considère la matrice A définie par :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & 5 \\ 3 & 0 & 4 & -2 \\ 1 & 3 & -4 & 7 \end{pmatrix}$$

Pour mettre en évidence les coefficients de la matrice, on note : $A = (a_{ij})$

- 1 Donner la valeur des coefficients de la matrice suivants :
a a_{23} b a_{34} c a_{11} d a_{31}
- 2 Déterminer la valeur des calculs suivants :
a $a_{11} + a_{21}$ b $a_{32} \times a_{14}$ c $(a_{24})^2$
- 3 Citer l'ensemble des couples de coefficients de la matrice opposés entre eux.

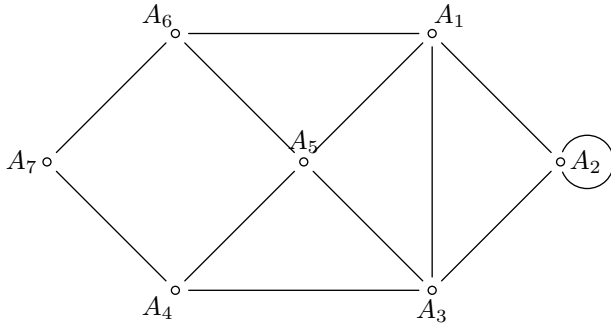
8. Matrice adjacente d'un graphe non-orienté

E.10   





Définition : soit G un graphe à n sommets ($n \in \mathbb{N}^*$). On appelle **matrice d'adjacence du graphe G** la matrice $M = (m_{ij})$ carrée d'ordre n dont les coefficients ont pour valeur :

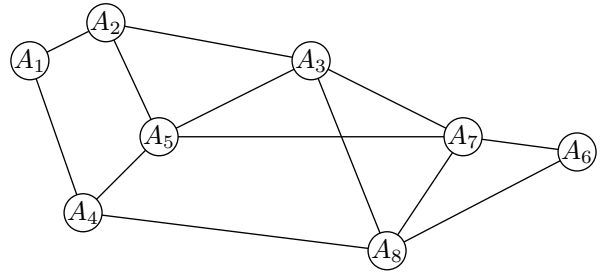
$$m_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si le sommet } A_i \text{ est} \\ & \text{relié au sommet } A_j \\ & \text{par une arête} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{pour } i, j \in \llbracket 1; n \rrbracket$$

Le graphe ci-dessous représente 7 villes reliées par des routes :






Donner la matrice d'adjacence de ce graphe.

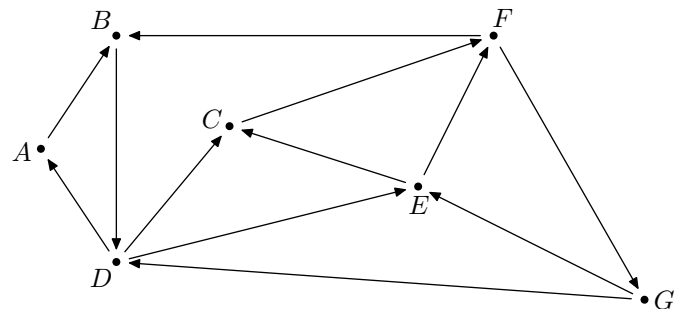
E.11     Lors d'une campagne électorale, un homme politique doit effectuer une tournée dans les huit villes notées de A_1 à A_8 , en utilisant le réseau autoroutier. Le graphe \mathcal{G} ci-dessous, représente les différentes villes de la tournée et les tronçons d'autoroute reliant ces villes (*une ville est représentée par un sommet, un tronçon d'autoroute par une arête*):



Donner l'expression de la matrice M d'adjacence du graphe \mathcal{G} .

9. Matrice adjacente d'un graphe orienté

E.12    Donner la matrice d'adjacence du graphe ci-dessous :



10. Introduction aux opérations sur les matrices

E.13    

Indication : au cours de l'exercice, une matrice $M = (m_{ij})$ aura son coefficient m_{ij} qui exprimera le "prix du produit j chez le fournisseur i ."





Une entreprise recense le prix en euros des produits qu'elle utilise en lien avec ses différents fournisseurs. Il obtient le tableau à double entrée suivant :

	Produit 1	Produit 2	Produit 3
Fournisseur 1	3,50	2,80	1,75
Fournisseur 2	3,25	3	1,70

- Écrire la matrice A reliée à ces prix..
- Les fournisseurs décident d'une augmentation sur leurs produits dont les montants sont données dans le tableau ci-dessous :

	Produit 1	Produit 2	Produit 3
Fournisseur 1	0,50	0,20	0,25
Fournisseur 2	0,25	0	0,3

- Écrire la matrice B correspondante à ces augmentations.
- Écrire la matrice C correspond aux nouveaux prix de ces produits chez chacun des fournisseurs.

E.14     Une entreprise se fournit en matière première dans deux pays différents.

On considère les deux tableaux suivants :

	Alu M ₁	Bois M ₂	Fer M ₃
Pays 1	25	14	12
Pays 2	23	11	11

Prix des matières premières

	Alu M ₁	Bois M ₂	Fer M ₃
Pays 1	3	2	1
Pays 2	2	3	1

Prix du transport

- 1
 - a) Écrire la matrice $A=(a_{ij})_{ij}$ où le coefficient a_{ij} représente “le prix du matériau j dans le pays i ”.
 - b) Écrire la matrice $B=(b_{ij})_{ij}$ où le coefficient b_{ij} représente “le prix de transport du matériau j dans

le pays i ”.

- c) Écrire la matrice $C=(c_{ij})_{ij}$ où le coefficient c_{ij} représente “le prix d’achat du matériau j dans le pays i ”.
- 2 Pour entamer sa production, l’entreprise a besoin de 2 unités d’Aluminium, de 1 unité de bois et de 3 unités de Fer. On représente ces données dans la matrice $D=(d_{ij})$ donnée ci-dessous :

$$D = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$
 - a) Donner une interprétation du nombre : $c_{11} \times d_{11} + c_{12} \times d_{21} + c_{31} \times d_{31}$
 - b) Déterminer le prix total de ses achats lorsque l’entreprise se fournit dans le pays 2?